

**สถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่ง  
ของประชากร 2 กลุ่ม กรณีความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน**

**วราวัลย์ นิลพัทธ์**

**วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร**

**วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต (สถิติ)**

**คณะสถิติประยุกต์**

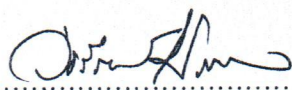
**สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์**

**2556**

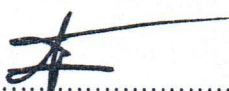
สถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่ง  
ของประชากร 2 กลุ่ม กรณีความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน  
วราวัลย์ นิลพัทธ์  
คณะสถิติประยุกต์

ศาสตราจารย์..........อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก  
(ดร. สำรวม จงเจริญ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณาแล้วเห็นสมควรอนุมัติให้เป็นส่วนหนึ่งของ  
การศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ)

อาจารย์..........ประธานกรรมการ  
(ดร. วชิรภรณ์ ไชยมงคล)

ผู้ช่วยศาสตราจารย์..........กรรมการ  
(ดร. วินัย โพธิ์สุวรรณ)

ศาสตราจารย์..........กรรมการ  
(ดร. สำรวม จงเจริญ)

ศาสตราจารย์..........คณบดี  
(ดร. สำรวม จงเจริญ)

ตุลาคม 2556

## บทคัดย่อ

|                 |                                                                                                                      |
|-----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ชื่อวิทยานิพนธ์ | สถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่ง<br>ของประชากร 2 กลุ่ม กรณีความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน |
| ชื่อผู้เขียน    | นางสาวราวัลย์ นิลพัทธ์                                                                                               |
| ชื่อปริญญา      | วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ)                                                                                          |
| ปีการศึกษา      | 2556                                                                                                                 |

งานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้เสนอสถิติทดสอบนูนตรง-นูน โดยเปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบของสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม กรณีความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน กับสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ วิธีคลิฟฟ์ สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล สถิติทดสอบนูนตรง-นูน และสถิติทดสอบนูนตรง-นูนด้วยวิธีคลิฟฟ์ ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ได้จากการสร้างแบบจำลอง เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องและการแจกแจงแกมมา ขนาดตัวอย่างเท่ากับ (5,10), (10,10), (20,30), (30,30), (40,50), (60,60) และ (100,100) ระดับนัยสำคัญที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน 0.01 และ 0.05 ซึ่งกระทำซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ กำหนดจำนวนครั้งในการนูนตรง-นูน 500 ครั้ง

ผลการศึกษาพบว่า สถิติทดสอบนูนตรง-นูน สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีที่สุด และมีค่าอำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงกับสถิติทดสอบอื่น เมื่อตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ (100,100)

เมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก (5,10), (10,10) สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีที่สุด และมีค่าอำนาจการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบอื่น

เมื่อตัวอย่างขนาดปานกลาง (20,30), (30,30) สถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ และสถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ใกล้เคียงกัน และมีค่าอำนาจการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบอื่น

(4)

เมื่อตัวอย่างขนาดใหญ่  $(40, 50), (60, 60), (100, 100)$  สถิติทดสอบทุกตัว สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีขึ้น และค่ามีอำนาจการทดสอบสูงขึ้น

## ABSTRACT

|                        |                                                                                                          |
|------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Title of Thesis</b> | A Nonparametric Statistics for Testing Location of the Two Populations with Unequal Population Variances |
| <b>Author</b>          | Miss. Warawan Ninlaphat                                                                                  |
| <b>Degree</b>          | Master of Science (Statistics)                                                                           |
| <b>Year</b>            | 2013                                                                                                     |

---

In this study, The Bootstrap Chen-Luo test for testing location of the two populations when they have unequal population variances is proposed. Then it's was compared it's ability to control the probability of type I error and power of the test with the methods of Wilcoxon-Mann-Whitney test, Cliff's method, Brunner-Munzel test, Chen-Luo test, Bootstrap Rank Welch test and Bootstrap Chen-Luo test. The data used in this study is obtained by simulation technique from the uniform and gamma distribution with the sample sizes of (5, 10), (10, 10), (20, 30), (30, 30), (40, 50), (60, 60) and (100, 100). The tests are conducted at the significant level 0.05 and 0.01, and repeated 1,000 times for each cases. The results of the study are as follows: Bootstrap Chen-Luo test has ability to control the probability of type I error best and test have high power of the test closed to other tests when large sample sizes of (100,100). For small sample sizes of (5, 10) and (10, 10) Brunner-Munzel test has ability to control the probability of type I error in the best all case and has the highest power of the test. For medium sample sizes of (20, 30) and (30, 30) Wilcoxon-Mann-Whitney test and Brunner-Munzel test have similar ability to control the probability of type I error and have the highest power of the test than other test statistics. For large sample size of (40, 50), (60, 60) and (100, 100) all test statistics have ability to control the probability of type I error in better in all cases and have power of the test higher as well.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี จากความกรุณาของศาสตราจารย์ ดร. สำรวม จงเจริญ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้ให้คำปรึกษา แนะนำ ช่วยเหลือ และแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ในการทำวิทยานิพนธ์แต่ละขั้นตอนด้วยความเอาใจใส่ ผู้วิจัยจึงขอขอบพระคุณอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ทุกท่าน ที่ได้ช่วยเสนอแนะแนวคิดที่เป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้

ขอขอบพระคุณ คณาจารย์คณะสถิติประยุกต์ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ทุกท่าน ที่ได้ถ่ายทอดวิชาความรู้ และให้คำปรึกษาทุกด้าน รวมถึงเจ้าหน้าที่คณะสถิติประยุกต์ และเจ้าหน้าที่บรรณารักษ์ของห้องสมุดทุกแห่งที่ผู้วิจัยได้ใช้บริการ ที่ให้ความช่วยเหลือในการติดต่อประสานงานด้านต่างๆ

ขอขอบพระคุณ คณะสถิติประยุกต์ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ ที่สนับสนุนทุนส่งเสริมการศึกษาประเภทที่ 1 (Full Scholarship) ทำให้ผู้วิจัยได้มีโอกาสได้ศึกษาในหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ)

ขอขอบพระคุณคุณพ่อนิ่ม คุณแม่วิเชียร นิลพัทธ์ สมาชิกในครอบครัวและเพื่อนๆ ที่เป็นกำลังใจสำคัญ คอยรับฟังปัญหาต่างๆ และสนับสนุนในด้านการเรียนอย่างเต็มที่ ผู้วิจัยจึงขอขอบความสำเร็จทั้งหมดจากการทำวิทยานิพนธ์นี้ แด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน ที่มีส่วนทำให้การศึกษาในครั้งนี้ประสบความสำเร็จได้อย่างที่ตั้งใจ

วราวัลย์ นิลพัทธ์

ตุลาคม 2556

## สารบัญ

### หน้า

|                                         |      |
|-----------------------------------------|------|
| บทคัดย่อ                                | (3)  |
| ABSTRACT                                | (5)  |
| กิตติกรรมประกาศ                         | (6)  |
| สารบัญ                                  | (7)  |
| สารบัญตาราง                             | (9)  |
| สารบัญภาพ                               | (11) |
| <br>                                    |      |
| บทที่ 1 บทนำ                            | 1    |
| 1.1 ความสำคัญของปัญหา                   | 1    |
| 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย             | 4    |
| 1.3 สมมติฐานการวิจัย                    | 5    |
| 1.4 ขอบเขตของการวิจัย                   | 5    |
| 1.5 เกณฑ์การตัดสินใจ                    | 8    |
| 1.6 นิยามศัพท์ที่เกี่ยวข้อง             | 9    |
| 1.7 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย        | 9    |
| บทที่ 2 ทฤษฎีและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง | 10   |
| 2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง                  | 10   |
| 2.2 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง             | 19   |
| บทที่ 3 การดำเนินงานวิจัย               | 23   |
| 3.1 การดำเนินงานวิจัย                   | 23   |
| 3.2 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแบบทดสอบ   | 27   |
| 3.3 แผนผังการทำงาน                      | 33   |

|                                                                               |        |
|-------------------------------------------------------------------------------|--------|
| <b>บทที่ 4 ผลการดำเนินงานวิจัย</b>                                            | 35     |
| 4.1 ผลการศึกษาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 | 37     |
| 4.2 ผลการเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบ                                          | 45     |
| <b>บทที่ 5 สรุปผลและอภิปรายผลการดำเนินงานวิจัย</b>                            | 53     |
| 5.1 สรุปผลการดำเนินงานวิจัย                                                   | 53     |
| 5.2 อภิปรายผลการดำเนินงานวิจัย                                                | 54     |
| 5.3 ข้อเสนอแนะ                                                                | 55     |
| <br><b>บรรณานุกรม</b>                                                         | <br>57 |
| <b>ภาคผนวก</b>                                                                | 59     |
| ภาคผนวก ก โปรแกรมที่ใช้ในการสร้างและวิเคราะห์ข้อมูล                           | 60     |
| <b>ประวัติผู้เขียน</b>                                                        | 80     |

## สารบัญตาราง

| ตารางที่                                                                                                                                                    | หน้า |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 1.1 ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนที่ใช้ในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง | 5    |
| 1.2 ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนที่ใช้ในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงแกมมา           | 6    |
| 3.1 ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนที่ใช้ในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง | 25   |
| 3.2 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง                                         | 26   |
| 3.3 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง                                                                 | 27   |
| 3.4 ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนที่ใช้ในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงแกมมา           | 27   |
| 3.5 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา                                                   | 28   |
| 3.6 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา                                                                           | 28   |
| 4.1 ค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของแต่ละสถิติทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05                   | 37   |

|                                                                                                                                                  |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 4.2 ค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของแต่ละ<br>สถิติทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงแกมมา ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05              | 39 |
| 4.3 ค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของแต่ละ<br>สถิติทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง ที่ระดับนัยสำคัญ<br>0.01 | 41 |
| 4.4 ค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของแต่ละ<br>สถิติทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงแกมมา ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01              | 43 |
| 4.5 ค่าอำนาจการทดสอบของแต่ละสถิติทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจง<br>เอกรูปต่อเนื่องที่ระดับนัยสำคัญ 0.05                                         | 45 |
| 4.6 ค่าอำนาจการทดสอบของแต่ละสถิติทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจง<br>แกมมาที่ระดับนัยสำคัญ 0.05                                                   | 47 |
| 4.7 ค่าอำนาจการทดสอบของแต่ละสถิติทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจง<br>เอกรูปต่อเนื่องที่ระดับนัยสำคัญ 0.01                                         | 48 |
| 4.8 ค่าอำนาจการทดสอบของแต่ละสถิติทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจง<br>แกมมาที่ระดับนัยสำคัญ 0.01                                                   | 50 |

## สารบัญภาพ

| ภาพที่                                                                     | หน้า |
|----------------------------------------------------------------------------|------|
| 1.1 กราฟของการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง ที่มีค่าพารามิเตอร์ $a$ และ $b$        | 6    |
| 1.2 กราฟของการแจกแจงแกมมา ที่มีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = a$ และ $\beta = b$ | 7    |
| 3.1 ขั้นตอนการคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1           | 33   |
| 3.2 ขั้นตอนการคำนวณค่าอำนาจการทดสอบ                                        | 34   |

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความสำคัญของปัญหา

การวิจัยถือเป็นกระบวนการในการค้นคว้า เสาะแสวงหา เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ใหม่หรือ ยืนยันความรู้เดิมจากปัญหาที่ชัดเจนอย่างมีระบบ โดยมีโครงสร้างที่เป็นระเบียบ มีการจัดบันทึก รายงานและสรุปผลเป็นกฎเกณฑ์หรือทฤษฎีขึ้น (อดิศักดิ์ พงษ์พลผลศักดิ์, 2552: 1) ในการศึกษา งานวิจัยทางด้านประยุกต์ต่างๆโดยทั่วไปจะอาศัยหลักการและระเบียบวิธีทางสถิติ ซึ่งเป็นเครื่องมือ สำคัญที่มีส่วนช่วยในการวิจัย โดยมีข้อมูลเป็นจุดเริ่มต้นของวิธีการทางสถิติ ในการเก็บรวบรวม ข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูล จะใช้สถิติเพื่ออธิบายคุณลักษณะของสิ่งที่ต้องการศึกษาซึ่งบางครั้ง ในทางปฏิบัติเราไม่สามารถเก็บรวบรวมข้อมูลของสิ่งที่ต้องการศึกษาทั้งหมดจากประชากรได้ เพราะเป็นวิธีการที่สิ้นเปลืองค่าใช้จ่ายและใช้กำลังคนเป็นจำนวนมาก รวมทั้งยังใช้ระยะเวลาในการ ดำเนินงานมาก จึงต้องทำการสุ่มตัวอย่าง การอาศัยข้อเท็จจริงที่ได้มาจากข้อมูลในตัวอย่าง เพื่อหา ข้อสรุปทางสถิติเกี่ยวกับประชากร เรียกวิธีการทางสถิติชนิดนี้ว่า การอนุมานเชิงสถิติ (Statistical Inference) (มิ่งขวัญ เจริญประยูร, 2546: 6-1) ซึ่งสามารถแบ่งวิธีการออกได้เป็น 2 แบบ คือ การ ประเมินค่า (Estimation) และการทดสอบสมมติฐาน (Hypothesis Testing)

ในการทดสอบสมมติฐาน สิ่งที่ผู้วิจัยไม่ทราบค่าและต้องการศึกษา คือ ลักษณะของ ประชากรหรือพารามิเตอร์ (Parameter) โดยจะใช้ค่าสถิติที่คำนวณได้จากตัวอย่างเพื่อนำไปอ้างอิง หรือสรุปผลเกี่ยวกับลักษณะของประชากร และในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่าง ของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม ข้อมูลที่ใช้ต้องเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น (Assumption) ของ สถิติทดสอบ โดยทั่วไปข้อตกลงเบื้องต้นที่สำคัญ ได้แก่

- 1) ข้อมูลที่นำมาทดสอบแต่ละชุดต้องสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ
- 2) ข้อมูลที่นำมาทดสอบแต่ละชุดต้องมาจากประชากรที่มีความแปรปรวนเท่ากัน
- 3) ข้อมูลต้องอยู่ในมาตราอันตรภาค (Interval Scale) ขึ้นไป

#### 4) ข้อมูลที่นำมาทดสอบแต่ละชุดต้องเป็นอิสระกัน

ซึ่งเรียกแบบทดสอบที่มีความสอดคล้องกับข้อตกลงข้างต้นและมีสมมติฐานที่เกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์ว่า สถิติแบบใช้พารามิเตอร์ (Parametric Statistics) นอกจากนี้ยังมีข้อตกลงเฉพาะในแต่ละการทดสอบ ซึ่งในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบนี้จะขึ้นอยู่กับ การแจกแจงของประชากร ความแปรปรวนของประชากร และขนาดของตัวอย่างที่สุ่มมา (ประชุม สุวดี, พิชิตชนัด ศิริพานิช, จิราวัลย์ จิตรถเวช และสำรวม จงเจริญ, 2555: 213-215) จึงต้องพิจารณาเลือกใช้ให้สอดคล้องกับข้อตกลงเบื้องต้นของสถิติทดสอบนั้นๆ ซึ่งแบ่งได้เป็น 4 กรณี คือ

กรณีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างถูกสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ทราบค่าความแปรปรวน จะใช้สถิติทดสอบ z (z-Test)

กรณีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างถูกสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ หรือเข้าใกล้การแจกแจงปกติ ไม่ทราบค่าความแปรปรวนและตั้งข้อตกลง (Assume) ว่าความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่มเท่ากัน จะใช้สถิติทดสอบ t (t-Test)

กรณีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างถูกสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ หรือเข้าใกล้การแจกแจงปกติ ไม่ทราบค่าความแปรปรวนและตั้งข้อตกลง (Assume) ว่าความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่มไม่เท่ากัน จะใช้สถิติทดสอบ t (t-Test)

อย่างไรก็ตาม ในความเป็นจริงแล้วข้อมูลที่มีอยู่อาจไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นทุกประการ การเลือกสถิติแบบใช้พารามิเตอร์ในการวิเคราะห์ข้อมูล จึงอาจทำให้ค่าต่างๆที่ได้จากการวิเคราะห์ไม่ถูกต้อง และการที่ข้อตกลงเบื้องต้นไม่เป็นจริงนั้น ยังมีผลต่อความไวในการปฏิเสธสมมติฐานหลักของสถิติทดสอบ จึงมีโอกาที่ทำให้การสรุปผลการทดสอบสมมติฐานผิดพลาดจากความเป็นจริง ด้วยเหตุนี้จึงมีนักสถิติหลายท่านพัฒนาสถิติทดสอบที่มีคุณสมบัติที่ดีและเหมาะสม กล่าวคือ เมื่อลักษณะของข้อมูลที่ไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นบ้าง โดยจะมีผลกระทบเพียงเล็กน้อยต่อการแจกแจงตัวอย่างของสถิติทดสอบนั้น (Sampling Distribution of the Test Statistics) เรียกลักษณะสถิติทดสอบเช่นนี้ว่า มีความแกร่ง (Robustness) โดยสถิติทดสอบที่มีความแกร่งนั้น เมื่อลักษณะข้อมูลไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นบ้างแต่ก็ไม่ทำให้ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I Error) เปลี่ยนแปลง (มนตรี สังข์ทอง, 2547: 2) ดังนั้นคุณสมบัติที่จะชี้ให้เห็นว่าสถิติทดสอบมีความแกร่งหรือไม่ จะพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

จากปัญหาดังกล่าว โวลโฟวิท (Wolfowitz, 1940: 147-162) เป็นบุคคลแรกที่ได้นำสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ (Nonparametric Statistics) มาใช้ และต่อมาก็มีนักวิจัยหลายท่านนำสถิตินี้มา

ใช้อย่างแพร่หลาย ซึ่งเป็นสถิติทดสอบที่ใช้กับข้อมูลที่ไม่ทราบการแจกแจงของประชากรที่สุ่มตัวอย่างมา และสามารถใช้ได้กับข้อมูลที่วัดมาจากมาตราแบบบัญญัติ (Nominal Scale) และมาตราเรียงลำดับ (Ordinal Scale) การแจกแจงของประชากรไม่เป็นแบบปกติและตัวอย่างมีขนาดเล็ก เป็นวิธีที่มีการคำนวณที่ไม่ยุ่งยากและง่ายต่อการเข้าใจ (Hollander and Wolfe, 1973) ทำให้นักวิจัยหลายท่านได้นำเสนอสถิติทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ในการทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม เช่น วิลคอก (Wilcox, 1990: 771-780) ได้เสนอสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนี (Wilcoxon-Mann-Whitney Test) ซึ่งเป็นการทดสอบที่ใช้ผลรวมของลำดับในการคำนวณ โดยสถิติทดสอบนี้เป็นสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ที่มีคุณสมบัติการทดสอบใกล้เคียงกับสถิติแบบใช้พารามิเตอร์ในการทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน มีประสิทธิภาพในการทดสอบสูง เมื่อข้อมูลอยู่ในมาตรวัดที่ต่ำกว่ามาตราอัตราภาค (Interval Scale) โดยจะมีความไวต่อการปฏิเสธสมมติฐานหลัก ( $H_0$ ) ขึ้นอยู่กับอัตราส่วนของขนาดตัวอย่างและความแปรปรวนของประชากร

ต่อมาคลิฟฟ์ (Cliff, 1996) ได้เสนอวิธีคลิฟฟ์ (Cliff's Method) ซึ่งเป็นการทดสอบที่ขึ้นอยู่กับช่วงความเชื่อมั่นของการทดสอบ  $\delta$  เมื่อพิจารณาจากผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของค่าสังเกตของตัวอย่างทั้ง 2 ตัวอย่าง จะพบว่ามีผลลัพธ์ 3 ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ คือ ค่าสังเกตจากตัวอย่างกลุ่มแรกมีค่ามากกว่าค่าสังเกตจากตัวอย่างกลุ่มที่สอง ค่าสังเกตของตัวอย่างทั้งสองตัวอย่างมีค่าเท่ากัน และค่าสังเกตจากตัวอย่างกลุ่มแรกมีค่าน้อยกว่าค่าสังเกตจากตัวอย่างกลุ่มที่สอง กำหนดให้  $p_1, p_2, p_3$  เป็นความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ดังกล่าว สมมติฐานการทดสอบ คือ  $H_0: \delta = p_1 - p_3 = 0$  โดยวิธีคลิฟฟ์นี้จะมีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดี และมีอำนาจการทดสอบสูง เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ( $m, n \leq 10$ ) (Neuhauser, Losch and Jockel, 2006: 156-161)

บรุนเนอร์และมุนเซล (Brunner and Munzel, 2000: 17-25) ได้เสนอสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล (Brunner-Munzel Test) เป็นสถิติที่ใช้ลำดับในการคำนวณ ซึ่งได้ทำการปรับปรุงมาจากการทดสอบของวิลคอกสัน-แมน-วิทนี โดยใช้ค่าความแปรปรวนของตัวอย่างเป็นตัวปรับ และใช้องศาอิสระที่เสนอโดยแซทเทอร์ไธวเท-สมิธ-เวลช์ (Satterthwaite, 1946: 110-114) สถิติทดสอบนี้สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดี และมีอำนาจการทดสอบสูง เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ( $m, n \leq 10$ )

เฉินและลู (Chen and Luo, 2004: 1007-1020) ได้เสนอสถิติทดสอบเฉิน-ลู (Chen-Luo Test) ซึ่งได้ทำการปรับปรุงมาจากการทดสอบของแมน-วิทนี (Mann-Whitney Test) โดยใช้ค่าความแปรปรวนของตัวอย่างเป็นตัวปรับ สถิติทดสอบนี้ให้ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อน

ประเภทที่ 1 ต่ำ และมีอำนาจการทดสอบสูงเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ( $m, n \geq 30$ ) และความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่มแตกต่างกันมาก (Neuhauser, Losch and Jockel, 2006: 5055-5060)

ริกซิกเกล, ซาคาเรียส และ โรซา (Reiczigel, Zakarias and Rozsa, 2005: 156-161) ได้เสนอสถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์ (Bootstrap Rank Welch Test) เพื่อใช้ทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่มภายใต้สมมติฐาน  $H_0 : P(X > Y) = P(X < Y)$  โดยสถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์จะให้ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ในระดับที่ดี และมีอำนาจการทดสอบสูง เมื่อตัวอย่างมีขนาดกลางและขนาดใหญ่ ( $m, n \geq 30$ )

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้เสนอสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม กรณีความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน โดยเสนอสถิติทดสอบบูทสเตรปเฉิน-ลู (Bootstrap Chen-Luo Test) และทำการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม กรณีความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน คือ เปรียบเทียบประสิทธิภาพของสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีส์ วิสกีลฟี สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเชล สถิติทดสอบเฉิน-ลู สถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์ และสถิติทดสอบบูทสเตรปเฉิน-ลู โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ

ดังนั้น ในการวิจัยจึงกำหนดสมมติฐานการทดสอบไว้ ดังนี้

$H_0$  : ทั้งสองกลุ่มตัวอย่างมาจากประชากรที่มีตำแหน่งไม่แตกต่างกัน

$H_1$  : ทั้งสองกลุ่มตัวอย่างมาจากประชากรที่มีตำแหน่งแตกต่างกัน

หรือ  $H_0 : P(X > Y) = P(X < Y)$

$H_1 : P(X > Y) \neq P(X < Y)$

## 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.2.1 เพื่อพัฒนาสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม กรณีความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน จากสถิติทดสอบเฉิน-ลู

1.2.2 เพื่อเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบที่พัฒนาขึ้นใหม่ นั่นคือ สถิติทดสอบบูทสเตรปเฉิน-ลู กับสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีส์ วิสกีลฟี สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเชล สถิติทดสอบเฉิน-ลู และสถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์

### 1.3 สมมติฐานการวิจัย

**1.3.1 สถิติทดสอบบทสเตรปเงิน-ลู** เป็นสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม ที่มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ไม่แตกต่างจากสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีส์ วิธีคลิฟฟ์ สถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล สถิติทดสอบเงิน-ลู และสถิติทดสอบบทสเตรปแรงค์เวลช์

**1.3.2 สถิติทดสอบบทสเตรปเงิน-ลู** เป็นสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม ที่มีค่าอำนาจการทดสอบไม่แตกต่างจากสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีส์ วิธีคลิฟฟ์ สถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล สถิติทดสอบเงิน-ลู และสถิติทดสอบบทสเตรปแรงค์เวลช์

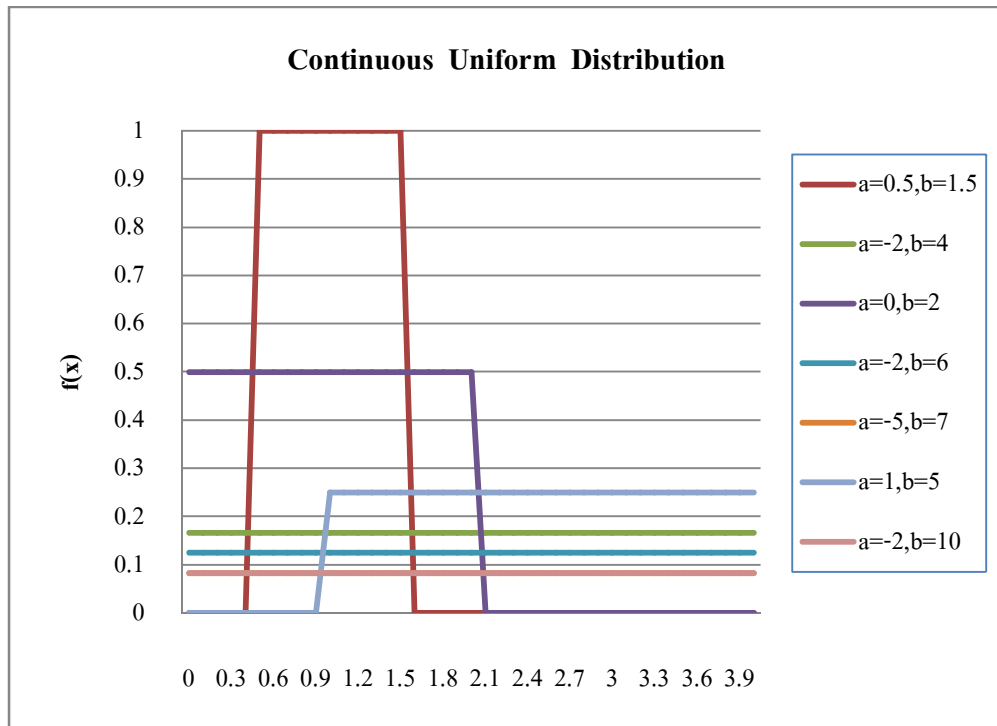
### 1.4 ขอบเขตการวิจัย

**1.4.1 ข้อมูลนี้ใช้ประกอบการศึกษา** ประกอบด้วยข้อมูลที่ได้มาจากการแจกแจงดังนี้

1.4.1.1 ข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (Continuous Uniform Distribution) โดยกำหนดค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนที่ใช้ในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ เป็นดังนี้

**ตารางที่ 1.1** ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนที่ใช้ในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูป

| เรื่อง                                                  | ค่าเฉลี่ยทั้ง 2 กลุ่ม<br>( $\mu_1, \mu_2$ ) | ความแปรปรวนทั้ง 2 กลุ่ม<br>( $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ ) |
|---------------------------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| การควบคุมความน่าจะเป็นของ<br>ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 | $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1$                      | $\sigma_1^2 = \frac{1}{12}, \sigma_2^2 = 3$             |
|                                                         | $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1$                      | $\sigma_1^2 = \frac{1}{3}, \sigma_2^2 = \frac{1}{12}$   |
|                                                         | $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1$                      | $\sigma_1^2 = 3, \sigma_2^2 = \frac{1}{3}$              |
| อำนาจการทดสอบ                                           | $\mu_1 = 2, \mu_2 = 1$                      | $\sigma_1^2 = \frac{4}{3}, \sigma_2^2 = 12$             |
|                                                         | $\mu_1 = 3, \mu_2 = 1$                      | $\sigma_1^2 = \frac{4}{3}, \sigma_2^2 = \frac{1}{3}$    |
|                                                         | $\mu_1 = 4, \mu_2 = 1$                      | $\sigma_1^2 = 12, \sigma_2^2 = \frac{1}{3}$             |

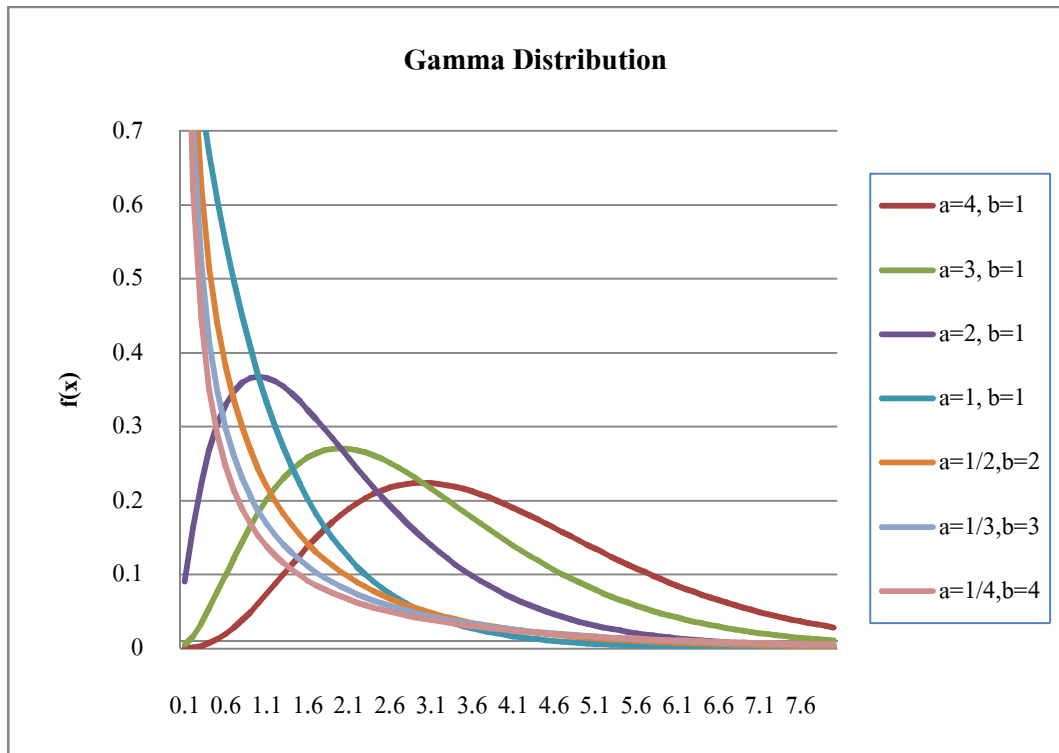


ภาพที่ 1.1 กราฟของการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง ที่มีค่าพารามิเตอร์  $a$  และ  $b$

1.4.1.2 ข้อมูลจากการแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution) โดยกำหนดค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนที่ใช้ในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ เป็นดังนี้

ตารางที่ 1.2 ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนที่ใช้ในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงแกมมา

| เรื่อง                                                  | ค่าเฉลี่ยทั้ง 2 กลุ่ม<br>( $\mu_1, \mu_2$ ) | ความแปรปรวนทั้ง 2 กลุ่ม<br>( $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ ) |
|---------------------------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| การควบคุมความน่าจะเป็นของ<br>ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 | $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1$                      | $\sigma_1^2 = 2, \sigma_2^2 = 1$                        |
|                                                         | $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1$                      | $\sigma_1^2 = 3, \sigma_2^2 = 1$                        |
|                                                         | $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1$                      | $\sigma_1^2 = 4, \sigma_2^2 = 1$                        |
| อำนาจการทดสอบ                                           | $\mu_1 = 2, \mu_2 = 1$                      | $\sigma_1^2 = 2, \sigma_2^2 = 1$                        |
|                                                         | $\mu_1 = 3, \mu_2 = 1$                      | $\sigma_1^2 = 3, \sigma_2^2 = 1$                        |
|                                                         | $\mu_1 = 4, \mu_2 = 1$                      | $\sigma_1^2 = 4, \sigma_2^2 = 1$                        |



ภาพที่ 1.2 กราฟของการแจกแจงแกมมา ที่มีค่าพารามิเตอร์  $\alpha = a$  และ  $\beta = b$

**1.4.2 สถิติทดสอบที่ใช้ในการเปรียบเทียบ** ประกอบด้วย สถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู สถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ วิธีคลิฟฟ์ สถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล สถิติทดสอบเงิน-ลู และสถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์

**1.4.3 ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา** มีดังนี้

- 1) ตัวอย่างขนาดเล็ก  $(m, n) = (5, 10), (10, 10)$
- 2) ตัวอย่างขนาดกลาง  $(m, n) = (20, 30), (30, 30)$
- 3) ตัวอย่างขนาดใหญ่  $(m, n) = (40, 50), (60, 60)$  และ  $(100, 100)$

**1.4.4 ระดับนัยสำคัญที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน** คือ 0.01 และ 0.05

**1.4.5 ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้** ใช้การจำลองโดยเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation) โดยกระทำซ้ำ 1000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ ใช้โปรแกรม R version 2.15.3 (R Core Team, 2013) ในการจำลอง

**1.4.6 จำนวนครั้งในการบูทสเตรป** เท่ากับ 500 ครั้ง

## 1.5 เกณฑ์การพิจารณา

เกณฑ์ในการพิจารณาว่าสถิติทดสอบใดมีประสิทธิภาพสูงที่สุด จะพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ ซึ่งค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 สามารถคำนวณได้จาก

ค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 =

$$\frac{\text{จำนวนครั้งในการปฏิเสธ } H_0 \text{ เมื่อ } H_0 \text{ เป็นจริง}}{\text{จำนวนรอบในการทำซ้ำ}}$$

โดยในการพิจารณาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จะใช้เกณฑ์ของแบรดลีย์ (Rheinheimer and Penpield, 2001: 373-391) คือ ถ้าค่า  $\tau$  เป็นค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่เกิดจากการทดลอง เมื่อ  $\tau$  อยู่ในช่วง  $(0.5\alpha, 1.5\alpha)$  จะถือว่า การทดสอบนั้นสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ นั่นคือ

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ค่า  $\tau$  จะอยู่ในช่วง  $(0.025, 0.075)$

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ค่า  $\tau$  จะอยู่ในช่วง  $(0.005, 0.015)$

สำหรับค่าประมาณอำนาจการทดสอบ สามารถคำนวณได้จาก

$$\text{ค่าประมาณอำนาจการทดสอบ} = \frac{\text{จำนวนครั้งในการปฏิเสธ } H_0 \text{ เมื่อ } H_0 \text{ ไม่จริง}}{\text{จำนวนรอบในการทำซ้ำ}}$$

โดยมีเงื่อนไขว่า ถ้าค่าอำนาจการทดสอบมีค่าใกล้เคียงหรือเท่ากับ 1 แสดงว่า การทดสอบนั้นมีประสิทธิภาพสูงในสถานการณ์นั้น

## 1.6 นิยามศัพท์ที่เกี่ยวข้อง

**1.6.1 ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1** หมายถึง ความน่าจะเป็นที่เกิดจากการปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริง โดยความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทนี้ คือ ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ ( $\alpha$ )

**1.6.2 ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2** หมายถึง ความน่าจะเป็นที่เกิดจากการยอมรับสมมติฐานหลัก เมื่อสมมติฐานหลักไม่เป็นจริง โดยความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทนี้ คือ  $\beta$

**1.6.3 อำนาจการทดสอบ** หมายถึง ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อสมมติฐานหลักนั้นไม่เป็นจริง คือ  $1 - \beta$

**1.6.4 สถิติแบบใช้พารามิเตอร์** หมายถึง สถิติอนุมานที่ว่าด้วยการทดสอบและการประมาณที่เกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์ โดยต้องการข้อสมมติเกี่ยวกับลักษณะการแจกแจงของประชากร

**1.6.5 สถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์** หมายถึง สถิติอนุมานที่ไม่เกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์ โดยไม่ให้ความสำคัญกับข้อสมมติเกี่ยวกับลักษณะการแจกแจงของประชากร

## 1.7 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

**1.7.1** เพื่อเป็นแนวทางในการการศึกษาสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม ด้วยสถิติทดสอบอื่นๆต่อไป

**1.7.2** เพื่อช่วยในการเลือกใช้เลือกใช้สถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่มที่เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์

## บทที่ 2

### ทฤษฎีและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

##### 2.1.1 สถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ (Nonparametric Statistics)

โวลโฟวิท (Wolfowitz, 1942: 147-162) เป็นบุคคลแรกที่ได้นำสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ (Nonparametric Statistics) มาใช้สถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์เป็นการทดสอบสมมติฐานที่ไม่เกี่ยวข้องกับค่าของพารามิเตอร์ แต่สัมพันธ์กับแบบของสมมติฐานที่ต้องการจะทดสอบ และมักจะถูกนำมาใช้เมื่อ (สำรวม จงเจริญ, 2548: 2)

- 1) ตัวแปรที่ต้องการวัดอยู่ในมาตรวัดระดับใดก็ได้ (Nominal Scale, Ordinal Scale, Interval Scale หรือ Ratio Scale)
- 2) ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จากกลุ่มตัวอย่างมีการแจกแจงแบบใดก็ได้ (Free Distribution)
- 3) ประชากรแต่ละกลุ่มที่นำมาศึกษา ไม่จำเป็นต้องมีความแปรปรวนเท่ากัน
- 4) ตัวอย่างมีขนาดเล็ก

##### 2.1.1.1 ข้อจำกัดของสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์

- 1) การนำสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์มาทดสอบกับข้อมูลที่ได้จากการวัดที่เหมาะสมกับการใช้สถิติแบบใช้พารามิเตอร์ จะทำให้ประสิทธิภาพการทดสอบนั้นต่ำลง เพราะทำให้เกิดการสูญเสียสารสนเทศของข้อมูล คือ ทำให้ข้อมูลนั้นอยู่ในมาตรวัดที่ต่ำกว่าเดิม
- 2) การทดสอบโดยใช้สถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์มีความไวในการทดสอบน้อยกว่าการทดสอบโดยใช้สถิติแบบใช้พารามิเตอร์ นั่นคือ ก่อนที่จะทำการปฏิเสธสมมติฐานที่เป็นกลาง ควรต้องคำนึงถึงหลักฐานการอ้างอิงที่แข็งแกร่งพอสมควร
- 3) กรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ การนำสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์มาทำการคำนวณ อาจต้องใช้ค่าโดยประมาณ (Approximation) ทำให้การคำนวณนั้นยุ่งยาก

### 2.1.1.2 ข้อดีของสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์

- 1) สามารถนำมาใช้ในกรณีที่ตัวอย่างมีขนาดเล็ก ไม่ทราบการแจกแจงของประชากร และข้อมูลอยู่ในมาตรวัดระดับใดก็ได้
- 2) การคำนวณง่าย ไม่ซับซ้อน จึงเข้าใจได้ไม่ยาก
- 3) ง่ายต่อการนำไปประยุกต์ใช้กว่าสถิติแบบใช้พารามิเตอร์

## 2.1.2 ระดับของการวัด (Level of Measurement)

การวัด (Measurement) หมายถึง การกำหนดตัวเลข หรือสัญลักษณ์อื่นๆ แทนปริมาณ หรือคุณภาพ หรือคุณลักษณะของสิ่งที่วัด มาตราการวัดแบ่งได้ 4 ระดับ ดังนี้

### 2.1.2.1 มาตรานามบัญญัติ (Nominal Scale or Classification Scale)

เป็นข้อมูลที่มีลักษณะจำแนกกลุ่มหรือประเภท โดยตัวเลขหรือค่าที่กำหนดให้ เป็นเพียงการชี้ถึงความแตกต่างกันเท่านั้น แต่ไม่สามารถนำมาบวก ลบ คูณ หาร กันได้ เป็นระดับการวัดที่ต่ำที่สุด ซึ่งจะกำหนดตัวเลขหรือค่าต่างๆ เพื่อนำมาใช้แทนคน สัตว์ สิ่งของ หรืออื่นๆ เช่น ให้เลข 0 แทน เพศหญิงเลข 1 แทนเพศชาย

### 2.1.2.2 มาตรฐานอันดับ (Ordinal Scale)

เป็นมาตราการวัดที่มีความละเอียดของการวัดเพิ่มขึ้น หรือสูงกว่ามาตรานามบัญญัติ เพราะสามารถบอกลำดับและความแตกต่างได้ แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าคุณลักษณะหรือคุณสมบัติเหล่านี้มีปริมาณมากน้อยกว่ากันเท่าใด กล่าวคือ ข้อมูลในระดับนี้ไม่สามารถนำมาคำนวณทางคณิตศาสตร์ได้เช่นเดียวกับมาตรานามบัญญัติ เช่น การประกวดนางสาวไทย เราได้อันดับที่ 1 คือนางสาวไทย, อันดับ 2 คือ รองนางสาวไทยคนที่ 1 และอันดับ 3 คือ รองนางสาวไทยคนที่ 2 เช่นนี้เรารู้ถึงอันดับและความแตกต่างของความสวยของนางสาวไทยทั้ง 3 คน แต่เราไม่สามารถจัดจำแนกได้ว่า อันดับ 1 สวยมากกว่าอันดับ 2 เท่าใด เป็นต้น

### 2.1.2.3 มาตรฐานช่วง (Interval Scale)

เป็นมาตราการวัดที่สามารถทราบได้ว่าสิ่งที่จะวัดมีช่วงห่างกันมากน้อยเท่าใด โดยแต่ละช่วงมาตรานี้มีค่าเท่าๆ กัน ทำให้เราทราบถึงความแตกต่างที่ห่างกันเป็นช่วงได้ และค่าที่ได้จากการวัดสามารถนำมาคำนวณทางคณิตศาสตร์ได้

### 2.1.2.4 มาตรฐานอัตราส่วน (Ratio Scale)

เป็นมาตราการวัดที่ดีที่สุด และวัดได้อย่างละเอียดที่สุด ตัวเลขที่วัดได้สามารถสื่อความหมายตรงตามค่าของสิ่งที่วัด และเป็นมาตราวัดที่ข้อมูลมีค่าเป็นศูนย์แท้ กล่าวคือถ้าค่าตัวเลขที่วัดได้มีค่าเป็นศูนย์ หมายความว่าสิ่งที่วัดนั้นมีค่าเป็นศูนย์ด้วย ข้อมูลที่อยู่ในมาตรวัดระดับนี้ได้แก่

เวลา อายุ น้ำหนัก ความสูง ระยะทาง เป็นต้น ข้อมูลที่วัดได้สามารถนำมาทำการคำนวณทางคณิตศาสตร์ได้

### 2.1.3 การแจกแจงที่ใช้ในการศึกษา

#### 2.1.3.1 การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (Continuous Uniform Distribution)

การแจกแจงที่ใช้กับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นด้วยโอกาสเท่าๆกัน บางครั้งอาจเรียกการแจกแจงนี้ว่า การแจกแจงสี่เหลี่ยมผืนผ้า (Rectangular Distribution) ถ้า  $X$  เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง มีค่าอยู่ในช่วง  $(a, b)$  ดังนั้น ฟังก์ชันความหนาแน่นของ  $X$  คือ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & , \quad a < x < b \\ 0 & , \quad \text{อื่นๆ} \end{cases} \quad (2.1)$$

ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มแบบเอกรูปต่อเนื่อง

$$\text{ค่าเฉลี่ย} = \frac{a+b}{2}$$

$$\text{ความแปรปรวน} = \frac{(b-a)^2}{12}$$

#### 2.1.3.2 การแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution)

การแจกแจงที่กราฟไม่มีแกนสมมาตร แต่มีความเบ้ ถ้า  $X$  เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมา มีพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ  $\alpha$  และ  $\beta$  มีฟังก์ชันความหนาแน่นของ  $X$  คือ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} e^{-\frac{x}{\beta}} x^{\alpha-1} & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad \text{อื่นๆ} \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\text{โดยที่} \quad \Gamma(\alpha) = \int_0^\infty e^{-x} x^{\alpha-1} dx$$

เมื่อ  $\alpha$  เป็นพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง (Shape Parameter),  $\alpha > 0$

$\beta$  เป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (Scale Parameter),  $\beta > 0$

ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มแบบแกมมา

$$\text{ค่าเฉลี่ย} = \alpha\beta$$

$$\text{ความแปรปรวน} = \alpha\beta^2$$

### 2.1.4 สถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนี (Wilcoxon-Mann-Whitney Test)

วิลคอก (Wilcox, 1990: 771-780) ได้เสนอสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนี (Wilcoxon-Mann-Whitney Test) หรืออาจเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า สถิติทดสอบวิลคอกสันแรงค์ซัม (Wilcoxon Ranked Sum Test) ซึ่งเป็นการทดสอบที่ใช้ผลรวมของลำดับ โดยสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนี เป็นสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ที่มีสมบัติการทดสอบใกล้เคียงกับสถิติแบบใช้พารามิเตอร์ ซึ่งมีประสิทธิภาพในการทดสอบสูง จึงเป็นการทดสอบที่เหมาะสมสำหรับใช้เปรียบเทียบประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน และเมื่อข้อมูลอยู่ในมาตรวัดที่ต่ำกว่ามาตราอันตรภาค โดยจะมีความไวต่อการปฏิเสธสมมติฐานหลัก ( $H_0$ ) ขึ้นอยู่กับอัตราส่วนของขนาดตัวอย่างและความแปรปรวนของประชากร (Wilcox, 2012: 349-350)

1) ข้อมูลประกอบด้วยค่าสังเกตของตัวอย่างกลุ่ม 2 ตัวอย่าง โดยให้  $X_1, X_2, \dots, X_m$  เป็นตัวอย่างกลุ่มขนาด  $m$  จากประชากรที่ 1 และให้  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  เป็นตัวอย่างกลุ่มขนาด  $n$  จากประชากรที่ 2

- 2) ข้อสมมติ
- (1) ตัวอย่างทั้งสองเป็นอิสระกัน
  - (2) ข้อมูลจากตัวอย่างทั้งสองอย่างน้อยอยู่ในมาตราเรียงอันดับ
  - (3) ฟังก์ชันการแจกแจงของประชากรทั้งสองประชากรจะแตกต่างกันเฉพาะพารามิเตอร์ที่เกี่ยวกับตำแหน่งเท่านั้น

3) สมมติฐานการทดสอบ

$$H_0 : P(X > Y) = P(X < Y)$$

$$H_1 : P(X > Y) \neq P(X < Y)$$

4) สถิติทดสอบ  $WMW = nm + \frac{m(m+1)}{2} - R_X$  (2.3)

เมื่อ  $R_X$  คือ ผลรวมของลำดับในตัวอย่างที่ 1

ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก ( $H_0$ ) ที่ระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  เมื่อสถิติทดสอบ  $WMW$  มีค่าน้อยกว่า  $w_{\frac{\alpha}{2}}$  หรือมีค่ามากกว่า  $w_{1-\frac{\alpha}{2}}$  เมื่อ  $w_{1-\frac{\alpha}{2}}$  คือ ควอนไทล์ที่  $1-\frac{\alpha}{2}$  ได้จากการเปิดตารางวิลคอกสัน-แมน-วิทนี

กรณีที่ตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ( $m, n \geq 20$ ) ภายใต้สมมติฐานหลัก ( $H_0$ ) เป็นจริง สถิติทดสอบ  $WMW$  สามารถประมาณได้ด้วยการแจกแจงปกติมาตรฐานที่มีค่าเฉลี่ย  $\frac{mn}{2}$  และความแปรปรวน  $\frac{mn(m+n+1)}{12}$  จะได้

$$\text{สถิติทดสอบ} \quad WMW_1 = \frac{WMW - \frac{mn}{2}}{\sqrt{\frac{mn(m+n+1)}{12}}} \quad (2.4)$$

ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก ( $H_0$ ) ที่ระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  เมื่อสถิติทดสอบ  $WMW_1$  มีค่าน้อยกว่า  $z_{\frac{\alpha}{2}}$  หรือมีค่ามากกว่า  $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  เมื่อ  $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  คือ ควอนไทล์ที่  $1-\frac{\alpha}{2}$  ได้จากการเปิดตารางการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน

### 2.1.5 วิธีคลิฟฟ์ (Cliff's Method)

คลิฟฟ์ (Cliff, 1996) ได้เสนอวิธีคลิฟฟ์ (Cliff's Method) ซึ่งเป็นการทดสอบที่ขึ้นอยู่กับช่วงความเชื่อมั่นของการทดสอบ  $\delta$  เมื่อพิจารณาจากผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของค่าสังเกตของตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม พบว่า มีผลลัพธ์ 3 ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ คือ ข้อมูลจากตัวอย่างกลุ่มแรกมีค่ามากกว่าข้อมูลจากตัวอย่างกลุ่มที่สอง ข้อมูลของตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มมีค่าเท่ากัน และข้อมูลจากตัวอย่างกลุ่มแรกมีค่าน้อยกว่าข้อมูลจากตัวอย่างกลุ่มที่สอง กำหนดให้  $p_1, p_2, p_3$  เป็นความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ดังกล่าว ให้  $X_i$  เป็นค่าสังเกตที่  $i$  จากกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และให้  $Y_j$  เป็นค่าสังเกตที่  $j$  จากกลุ่มตัวอย่างที่ 2 จะได้ว่า

$$p_1 = P(X_i > Y_j)$$

$$p_2 = P(X_i = Y_j)$$

$$p_3 = P(X_i < Y_j)$$

คลิฟฟ์ (Cliff, 1996) จึงเสนอสมมติฐานการทดสอบ  $H_0 : \delta = p_1 - p_3 = 0$  ซึ่งในกรณีที่ข้อมูลของตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มมีค่าเท่ากันเกิดขึ้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จะเท่ากับ 0 ( $p_2 = 0$ )

1) ข้อมูลประกอบด้วยค่าสังเกตของตัวอย่างสุ่ม 2 ตัวอย่าง โดยให้  $X_1, X_2, \dots, X_m$  เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด  $m$  จากประชากรที่ 1 และให้  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด  $n$  จากประชากรที่ 2

2) สมมติฐานการทดสอบ  $H_0 : \delta = 0$

$$H_1 : \delta \neq 0$$

$$3) \text{ ช่วงความเชื่อมั่น} \quad C_l = \frac{\hat{\delta} - \hat{\delta}^3 - z\hat{\sigma}\sqrt{(1-\hat{\delta}^2)^2 + z^2\hat{\sigma}^2}}{1-\hat{\delta}^2 + z^2\hat{\sigma}^2} \quad (2.5)$$

$$\text{และ} \quad C_u = \frac{\hat{\delta} - \hat{\delta}^3 + z\hat{\sigma}\sqrt{(1-\hat{\delta}^2)^2 + z^2\hat{\sigma}^2}}{1-\hat{\delta}^2 + z^2\hat{\sigma}^2} \quad (2.6)$$

$$\text{โดยที่ } d_{ij} = \begin{cases} -1 & \text{ถ้า } X_i < Y_j \\ 0 & \text{ถ้า } X_i = Y_j \\ 1 & \text{ถ้า } X_i > Y_j \end{cases}$$

เมื่อ  $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  คือ ควอนไทล์ที่  $1-\frac{\alpha}{2}$  ได้จากการเปิดตารางการแจกแจงแบบปกติ

มาตรฐาน

ค่าประมาณของ  $\delta = P(X_i > Y_j) - P(X_i < Y_j)$  คือ

$$\hat{\delta} = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij}$$

$$\text{เมื่อ } \bar{d}_{i\cdot} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d_{ij}$$

$$\bar{d}_{\cdot j} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m d_{ij}$$

$$s_X^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (\bar{d}_{i\cdot} - \hat{\delta})^2$$

$$s_Y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (\bar{d}_{\cdot j} - \hat{\delta})^2$$

$$\tilde{\sigma}^2 = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (d_{ij} - \hat{\delta})^2$$

$$\text{ดังนั้น } \hat{\sigma}^2 = \frac{(m-1)s_X^2 + (n-1)s_Y^2 + \tilde{\sigma}^2}{mn}$$

ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก ( $H_0$ ) ที่ระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  เมื่อช่วงความเชื่อมั่นของการทดสอบไม่ครอบคลุมค่า 0

### 2.1.6 สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล (Brunner-Munzel Test)

บรันเนอร์และมุนเซล (Brunner and Munzel, 2000: 17-25) ได้เสนอสถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล (Brunner-Munzel Test) เป็นสถิติที่ใช้ลำดับในการคำนวณ ซึ่งได้ทำการปรับปรุงมาจากการทดสอบของวิลคอกสัน-แมน-วิทนีส์ โดยใช้ค่าความแปรปรวนของตัวอย่างเป็นตัวปรับและใช้ช่องสาคีสระที่เสนอโดยแซทเทอร์วาท-สมิธ-เวลช์ (Satterthwaite, 1946: 110–114) สถิติทดสอบนี้จึงเหมาะสำหรับตัวอย่างที่มีขนาดเล็ก ( $m, n \leq 10$ )

1) ข้อมูลประกอบด้วยค่าสังเกตของตัวอย่างกลุ่ม 2 ตัวอย่าง โดยให้  $X_1, X_2, \dots, X_m$  เป็นตัวอย่างกลุ่มขนาด  $m$  จากประชากรที่ 1 และให้  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  เป็นตัวอย่างกลุ่มขนาด  $n$  จากประชากรที่ 2

- 2) ข้อสมมติ (1) ตัวอย่างทั้งสองกลุ่มจะต้องเป็นตัวอย่างสุ่มของประชากร  
(2) ตัวอย่างสุ่มทั้งสองเป็นอิสระกัน

3) สมมติฐานการทดสอบ

$$H_0 : P(X > Y) = P(X < Y)$$

$$H_1 : P(X > Y) \neq P(X < Y)$$

4) สถิติทดสอบ

$$BM = \frac{mn(\bar{R}_Y - \bar{R}_X)}{(m+n)\sqrt{ms_X^2 + ns_Y^2}} \quad (2.7)$$

โดยที่

$$s_X^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (R_{Xi} - W_{Xi} - \bar{R}_X + \frac{m+1}{2})^2$$

$$s_Y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (R_{Yi} - W_{Yi} - \bar{R}_Y + \frac{n+1}{2})^2$$

$$\bar{R}_X = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m R_{Xi}$$

$$\bar{R}_Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_{Yi}$$

เมื่อ  $\bar{R}_X$  คือ ค่าเฉลี่ยของลำดับในตัวอย่างที่ 1

$\bar{R}_Y$  คือ ค่าเฉลี่ยของลำดับในตัวอย่างที่ 2

$R_{Xi}$  คือ ลำดับของหน่วยตัวอย่างที่ i ของกลุ่มที่ 1 เมื่อนำข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มมารวมกัน

$R_{Yi}$  คือ ลำดับของหน่วยตัวอย่างที่ i ของกลุ่มที่ 2 เมื่อนำข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มมารวมกัน

$W_{Xi}$  คือ ลำดับของหน่วยตัวอย่างที่ i ของกลุ่มที่ 1 เมื่อนำข้อมูลกลุ่มที่ 1 มาเรียงลำดับ

$W_{Yi}$  คือ ลำดับของหน่วยตัวอย่างที่ i ของกลุ่มที่ 2 เมื่อนำข้อมูลกลุ่มที่ 2 มาเรียงลำดับ

ภายใต้สมมติฐานหลัก  $H_0 : P(X > Y) = P(X < Y)$  เป็นจริง การแจกแจงของสถิติทดสอบ  $BM$  สามารถประมาณได้ด้วยการแจกแจงที่ต่อเนื่องอิสระ

$$df_{BM} = \frac{(ms_X^2 + ns_Y^2)^2}{\frac{(ms_X^2)^2}{m-1} + \frac{(ns_Y^2)^2}{n-1}}$$

ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก ( $H_0$ ) ที่ระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  เมื่อสถิติทดสอบ  $BM$  มีค่าน้อยกว่า

$-t_{(\frac{\alpha}{2}, df_{BM})}$  หรือมีค่ามากกว่า  $t_{(\frac{\alpha}{2}, df_{BM})}$

### 2.1.7 สถิติทดสอบเงิน-ลู (Chen-Luo Test)

เฉินและลู (Chen and Luo, 2004: 1007-1020) ได้เสนอสถิติทดสอบเงิน-ลู (Chen-Luo Test) ซึ่งทำการปรับปรุงมาจากการทดสอบของแมน-วิทนี (Mann-Whitney Test) โดยใช้ค่าความแปรปรวนของตัวอย่างเป็นตัวปรับ สถิติทดสอบนี้จะทำให้ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ต่ำและมีอำนาจการทดสอบสูง เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่และความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่มแตกต่างกันมาก

1) ข้อมูลประกอบด้วยค่าสังเกตของตัวอย่างสุ่ม 2 ตัวอย่าง โดยให้  $X_1, X_2, \dots, X_m$  เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด  $m$  จากประชากรที่ 1 และให้  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด  $n$  จากประชากรที่ 2

- 2) ข้อสมมติ (1) ตัวอย่างทั้งสองกลุ่มจะต้องเป็นตัวอย่างสุ่มของประชากร  
(2) ตัวอย่างสุ่มทั้งสองเป็นอิสระกัน

3) สมมติฐานการทดสอบ

$$H_0 : P(X > Y) = P(X < Y)$$

$$H_1 : P(X > Y) \neq P(X < Y)$$

4) สถิติทดสอบ 
$$CL = \frac{MW}{\sqrt{\widehat{Var}(MW)}} \quad (2.8)$$

โดยที่ 
$$MW = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left[ I(Y_j > X_i) + \frac{1}{2} I(Y_j = X_i) \right]$$

$$\widehat{Var}(MW) = \sum_{i=1}^m \left( \sum_{j=1}^n \left[ I(Y_j > X_i) + \frac{1}{2} I(Y_j = X_i) \right] - \frac{MW}{m} \right)^2$$

$$+ \sum_{j=1}^n \left( \sum_{i=1}^m \left[ I(Y_j > X_i) + \frac{1}{2} I(Y_j = X_i) \right] - \frac{MW}{n} \right)^2 + mn$$

เมื่อ  $MW$  คือ สถิติทดสอบแมน-วิทนี  
 $\widehat{Var}(MW)$  คือ ค่าความแปรปรวนของสถิติทดสอบแมน-วิทนี  
 $I$  คือ ฟังก์ชันบ่งชี้ (Indicator Function)

ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก ( $H_0$ ) ที่ระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  เมื่อสถิติทดสอบ  $CL$  มีค่าน้อยกว่า  $z_{\frac{\alpha}{2}}$  หรือมีค่ามากกว่า  $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  เมื่อ  $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  คือ ควอนไทล์ที่  $1-\frac{\alpha}{2}$  ได้จากการเปิดตารางการแจกแจงปกติมาตรฐาน

### 2.1.8 สถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์ (Bootstrap Rank Welch Test)

ริกซิกเกล, ซาคาเรียส และ โรซา (Reiczigel, Zakarias and Rozsa, 2005: 156-161) ได้เสนอ สถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์ (Bootstrap Rank Welch Test) เพื่อใช้ทดสอบความแตกต่างของ ตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่มภายใต้สมมติฐาน  $H_0 : P(X > Y) = P(X < Y)$  โดยสถิติทดสอบ บูทสเตรปแรงค์เวลช์จะให้ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ในระดับที่ดี และมี อำนาจการทดสอบสูง เมื่อตัวอย่างมีขนาดกลางและขนาดใหญ่ ( $m, n \geq 30$ )

1) ข้อมูลประกอบด้วยค่าสังเกตของตัวอย่างสุ่ม 2 ตัวอย่าง โดยให้  $X_1, X_2, \dots, X_m$  เป็น ตัวอย่างสุ่มขนาด  $m$  จากประชากรที่ 1 และให้  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด  $n$  จากประชากร ที่ 2

- 2) ข้อสมมติ (1) ตัวอย่างทั้งสองกลุ่มจะต้องเป็นตัวอย่างสุ่มของประชากร  
(2) ตัวอย่างสุ่มทั้งสองเป็นอิสระกัน

3) สมมติฐานการทดสอบ

$$H_0 : P(X > Y) = P(X < Y)$$

$$H_1 : P(X > Y) \neq P(X < Y)$$

4) สถิติทดสอบ 
$$RW = \frac{\bar{R}_Y - \bar{R}_X}{\sqrt{\frac{s_X^2}{m} + \frac{s_Y^2}{n}}} \quad (2.9)$$

โดยที่

$$\bar{R}_X = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m R_{Xi}$$

$$\bar{R}_Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_{Yi}$$

$$s_X^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (R_{Xi} - \bar{R}_X)^2$$

$$s_Y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (R_{Yi} - \bar{R}_Y)^2$$

ภายใต้สมมติฐานหลัก  $H_0 : P(X > Y) = P(X < Y)$  เป็นจริง การแจกแจงของสถิติทดสอบ  $RW$  สามารถประมาณได้ด้วยการแจกแจงที่ต่อเนื่องอิสระ

$$df_{RW} = \frac{(ns_X^2 + ms_Y^2)^2}{\frac{(ns_X^2)^2}{m-1} + \frac{(ms_Y^2)^2}{n-1}}$$

ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก ( $H_0$ ) ที่ระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  เมื่อสถิติทดสอบ  $RW$  มีค่าน้อยกว่า  $-t_{(\frac{\alpha}{2}, df_{RW})}$  หรือมีค่ามากกว่า  $t_{(\frac{\alpha}{2}, df_{RW})}$

### 5) ขั้นตอนการดำเนินงาน

- (1) ทำการสุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่า โดยใช้การสุ่มแบบใส่คืนจำนวน  $m$  ครั้ง จากชุดของตัวอย่าง  $X_1, X_2, \dots, X_m$  จะได้  $X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*$
- (2) ทำการสุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่า โดยใช้การสุ่มแบบใส่คืนจำนวน  $n$  ครั้ง จากชุดของตัวอย่าง  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  จะได้  $Y_1^*, Y_2^*, \dots, Y_n^*$
- (3) นำ  $X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*$  และ  $Y_1^*, Y_2^*, \dots, Y_n^*$  มาคำนวณค่าสถิติทดสอบแรงก์เวลช์ (Rank Welch Test)
- (4) เมื่อได้ค่าสถิติทดสอบแรงก์เวลช์เรียบร้อยแล้ว ให้กลับไปทำซ้ำข้อ 1-3 ทำเช่นนี้จนครบจำนวนครั้งของการบูทสเตรป ทั้งหมด 500 ครั้ง
- (5) หาค่าเฉลี่ยของค่าสถิติทดสอบ  $RW$  ทั้ง 500 ครั้ง และนำมาเปรียบเทียบกับบริเวณวิกฤต

## 2.2 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากงานวิจัยที่ผ่านมา มีผู้ทำการศึกษาเปรียบเทียบสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม ดังนี้

บรุนเนอร์และมุนเซล (Brunner and Munzel, 2000: 17-25) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม โดยสถิติทดสอบที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ สถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล และสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีส์ ซึ่งบรุนเนอร์และมุนเซล ได้เสนอสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซลขึ้น โดยใช้ลำดับในการคำนวณ และได้ทำการปรับปรุงมาจากการทดสอบของ วิลคอกสัน-แมน-วิทนีส์ คือ ใช้ค่าความแปรปรวนของตัวอย่างเป็นตัวปรับ และใช้อิงศาอิสระที่เสนอโดยแซทเทอร์วอธ-สมิธ-เวลช์ (Satterthwaite, 1946: 110–114) โดยสถิติทดสอบนี้ใช้สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม ที่มีความแปรปรวนไม่เท่ากัน และข้อมูลไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นศึกษาในกรณีที่แตกต่างกัน 4 กรณี คือ

- 1) ตัวอย่างทั้ง 2 ตัวอย่างมีการแจกแจงปกติ ความแปรปรวนไม่เท่ากัน
- 2) ตัวอย่างที่ 1 มีการแจกแจง Unimodal และตัวอย่างที่ 2 มีการแจกแจง Bimodal
- 3) ตัวอย่างทั้ง 2 ตัวอย่างมีการแจกแจงไม่ต่อเนื่อง ความแปรปรวนไม่เท่ากัน
- 4) ตัวอย่างทั้ง 2 ตัวอย่างมีการแจกแจง ที่มีความแปรปรวนไม่เท่ากัน และความเบ้ต่างกัน

ผลการศึกษาพบว่า สถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ จะมีความไวต่อการปฏิเสธสมมติฐานหลัก ( $H_0$ ) ขึ้นอยู่กับอัตราส่วนของขนาดตัวอย่างและความแปรปรวนของประชากร ส่วนสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซลนั้น เหมาะสำหรับตัวอย่างที่มีขนาดเล็ก ( $m, n \leq 10$ )

เฉินและลู (Chen and Luo, 2004: 1007-1020) ได้นำเสนอสถิติทดสอบเงิน-ลู โดยทำการปรับปรุงจากการทดสอบของแมน-วิทนีย์ โดยใช้ค่าความแปรปรวนของตัวอย่างเป็นตัวปรับ ซึ่งได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม โดยสถิติทดสอบที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ สถิติทดสอบเงิน-ลู และสถิติทดสอบแมน-วิทนีย์ จากผลการศึกษาพบว่า สถิติทดสอบเงิน-ลู มีอำนาจการทดสอบที่สูงกว่าสถิติทดสอบของแมน-วิทนีย์ เพราะทำให้ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 สูง ในขณะที่ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 ต่ำ ส่วนการทดสอบของแมน-วิทนีย์ นั้นมีอำนาจการทดสอบที่ต่ำกว่า เพราะทำให้ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ต่ำ ส่งผลให้ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 เพิ่มสูงขึ้น

รีคซิกเกิล และคณะ (Reiczigel and Others, 2005: 156-161) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม โดยสถิติทดสอบที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ สถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์ สถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ สถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล และสถิติทดสอบแรงค์เวลช์ ซึ่งในการทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของ 2 ตัวอย่าง ที่มีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ ส่วนใหญ่ทางเลือกที่พบบ่อย จะใช้สถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ ทำให้รีคซิกเกิลและคณะ ได้เสนอสถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์ สำหรับทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม ด้วยสมมติฐาน  $H_0: P(X > Y) = P(X < Y)$  และ  $H_1: P(X > Y) \neq P(X < Y)$  โดยศึกษาในกรณีที่แตกต่างกัน 3 กรณี คือ

- 1) ตัวอย่างทั้ง 2 ตัวอย่างมีการแจกแจงเอกรูป
- 2) ตัวอย่างที่ 1 มีการแจกแจง Unimodal และตัวอย่างที่ 2 มีการแจกแจง Bimodal
- 3) ตัวอย่างทั้ง 2 ตัวอย่างมีการแจกแจง Bimodal

นอกจากนี้ยังมีการศึกษาจากข้อมูลจริงทางประวัติศาสตร์ คือ ศึกษาความรุนแรงของเชื้อ 2 ชนิดที่มีการแจกแจงของประชากรแตกต่างกัน และทำการศึกษาจากข้อมูลจริงทางจิตวิทยาในกรณีที่ทั้ง 2 ประชากรมีการแจกแจงแตกต่างกัน กำหนดขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก ขนาดกลาง และขนาดใหญ่ ทำการทดลองซ้ำกัน 10,000 ครั้ง และกำหนดจำนวนรอบของการบูทสเตรป 1,000 ครั้ง ผลการศึกษาพบว่า สถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล และสถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์ สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีกว่าสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-

วิทนีส์ และสถิติทดสอบแรงค์เวลช์ ซึ่งสถิติทดสอบบรูตสเตรปแรงค์เวลช์ สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีและมีอำนาจการทดสอบสูง ในกรณีที่ตัวอย่างมีขนาดกลางและขนาดใหญ่ ( $m, n \geq 30$ ) ส่วนสถิติทดสอบบรูเนอร์-มุนเซล สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีเกือบทุกกรณี

นิวเฮาเซอร์, ลอส และจ็อคเคิล (Neuhauser, Losch and Jockel, 2006: 5055-5060) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม โดยสถิติทดสอบที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ สถิติทดสอบเงิน-ลู สถิติทดสอบบรูเนอร์-มุนเซล สถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีส์ และวิธีคลิฟฟ์ ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้ นิวเฮาเซอร์และคณะได้ศึกษาในกรณีที่ตัวอย่างทั้ง 2 ตัวอย่างมีการแจกแจงปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ เท่ากับ 0.01, 0.025 และ 0.1 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ (5,10), (10,10), (10,5) และความแปรปรวนของประชากรเป็น (1,1), (1,2), (1,3), (1,4) ทำการทดลองซ้ำกัน 10,000 ครั้ง ผลการศึกษาพบว่า สถิติทดสอบเงิน-ลู ทำให้ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ต่ำ ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน ตัวอย่างมีขนาดใหญ่และความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่มแตกต่างกันมาก ส่วนในกรณีอื่น สถิติทดสอบเงิน-ลู จะทำให้ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 สูง นอกจากนี้ยังมีการเปรียบเทียบสถิติทดสอบบรูเนอร์-มุนเซล และวิธีคลิฟฟ์ โดยศึกษาในกรณีที่ตัวอย่างทั้ง 2 ตัวอย่างมีการแจกแจงปกติ ที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 ขนาดตัวอย่างเป็น (10,20), (20,10) และความแปรปรวนของประชากรเป็น (1,1), (1,2), (1,3) ผลการศึกษาพบว่า วิธีคลิฟฟ์ทำให้ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ต่ำในทุกกรณี ส่วนสถิติทดสอบบรูเนอร์-มุนเซลทำให้ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 สูง แต่มีบางกรณีที่ทำให้ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ต่ำกว่าระดับนัยสำคัญ นิวเฮาเซอร์และคณะจึงแนะนำให้ใช้ สถิติทดสอบบรูเนอร์-มุนเซล และวิธีคลิฟฟ์ ในการทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน

มาร์กัส นิวเฮาเซอร์ (Neuhauser, 2009: 691-693) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม กรณีข้อมูลมีความเบ้ และความแปรปรวนไม่เท่ากัน โดยสถิติทดสอบที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ สถิติทดสอบบรูเนอร์-มุนเซล และสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีส์ ศึกษาในกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติและการแจกแจงแกมมา ที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ (10,10), (10,30) กำหนดอัตราส่วนความแปรปรวนแตกต่างกัน ทำการทดลองซ้ำกัน 10,000 ครั้ง ผลการศึกษาพบว่า สถิติทดสอบบรูเนอร์-มุนเซล มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดี แม้แต่ในกรณีที่อัตราส่วนความแปรปรวนมีมาก สถิติทดสอบ

บรันเนอร์-มุนเซล จึงเหมาะสำหรับนำมาใช้ในกรณีที่ข้อมูลไม่เป็นไปตามข้อสมมติเบื้องต้น นั่นคือมีความแปรปรวนไม่เท่ากันและการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ ซึ่งการทดสอบนี้จะดีกว่าการแปลงข้อมูล เนื่องจากการใช้การแปลงข้อมูลอาจเกิดปัญหา โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก

นพดล วันชนะชัย (2553) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อความแปรปรวนไม่เท่ากันโดยสถิติทดสอบที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล สถิติทดสอบบูทสเตรปบรันเนอร์-มุนเซล และสถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์ โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบเป็นตัวเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการทดสอบ ศึกษาในกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงลอการิธึมและการแจกแจงเลขชี้กำลัง ที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 และ 0.01 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ (10,10), (10,15), (15,15) ผลการศึกษาพบว่า สถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์ ให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด แต่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้บางกรณี ในขณะที่สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล ให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงกับสถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์ และสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้เกือบทุกกรณี ส่วนสถิติทดสอบบูทสเตรปบรันเนอร์-มุนเซล ไม่มีกรณีใดสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ และให้ค่าอำนาจการทดสอบต่ำที่สุด

## บทที่ 3

### การดำเนินงานวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้เสนอสถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู (Bootstrap Chen-Luo Test) เพื่อใช้ทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน และทำการศึกษาประสิทธิภาพของสถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู โดยเปรียบเทียบกับสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ วิธีคลิฟฟ์ สถิติทดสอบบรูเนอร์-มุนเซล สถิติทดสอบเงิน-ลู และสถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์ โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีที่สุด และค่าอำนาจการทดสอบที่สูงที่สุด เพื่อเลือกสถิติทดสอบที่เหมาะสมที่สุดในแต่ละกรณีศึกษา ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้มาจากการสร้างแบบจำลอง โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation) กระทำซ้ำ 1,000 ครั้ง โปรแกรมที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ โปรแกรม R version 2.15.3

#### 3.1 การดำเนินงานวิจัย

งานวิจัยนี้เสนอสถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู (Bootstrap Chen-Luo Test) เพื่อใช้ในการทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม กรณีความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน โดยพัฒนามาจากสถิติทดสอบเงิน-ลู (Chen-Luo Test) ซึ่งเป็นสถิติทดสอบที่มีวิธีการคำนวณที่ไม่ยุ่งยากซับซ้อน ง่ายต่อการเข้าใจ สถิติทดสอบนี้สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดี และมีค่าอำนาจการทดสอบสูง เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ( $m, n \geq 30$ ) (Chen and Luo, 2004: 1007-1020) และจากงานวิจัยที่ผ่านมา พบว่า ยังไม่มีผู้ที่นำเอาสถิติทดสอบนี้มาพัฒนาใหม่ ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาสถิติทดสอบเงิน-ลู และนำสถิติทดสอบนี้มาพัฒนา โดยใช้การสุ่มด้วยวิธีบูทสเตรป

เอฟรอน (Efron, 1979: 1-26) เป็นผู้เสนอวิธีบูทสเตรป ถือเป็นวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยอาศัยหลักการสุ่มซ้ำ (Resampling) ในการสร้างตัวอย่างชุดใหม่จากตัวอย่างสุ่มที่

มีเพียงชุดเดียว กล่าวคือ ใช้วิธีการสุ่มตัวอย่างแบบใส่คืน (Resampling with Replacement) มาขนาด  $k$  จากตัวอย่างสุ่มชุดเดียวที่มี เพื่อสร้างชุดตัวอย่างใหม่ขนาด  $k$  ที่เป็นไปได้

1) ข้อมูลประกอบด้วยค่าสังเกตของตัวอย่างสุ่ม 2 ตัวอย่าง โดยให้  $X_1, X_2, \dots, X_m$  เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด  $m$  จากประชากรที่ 1 และให้  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด  $n$  จากประชากรที่ 2

- 2) ข้อสมมติ (1) ตัวอย่างทั้งสองกลุ่มจะต้องเป็นตัวอย่างสุ่มของประชากร  
(2) ตัวอย่างสุ่มทั้งสองเป็นอิสระกัน

3) สมมติฐานการทดสอบ

$$H_0 : P(X > Y) = P(X < Y)$$

$$H_1 : P(X > Y) \neq P(X < Y)$$

4) สถิติทดสอบ  $CL = \frac{MW}{\sqrt{\widehat{Var}(MW)}}$

โดยที่

$$MW = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left[ I(Y_j > X_i) + \frac{1}{2} I(Y_j = X_i) \right]$$

$$\widehat{Var}(MW) = \sum_{i=1}^m \left( \sum_{j=1}^n \left[ I(Y_j > X_i) + \frac{1}{2} I(Y_j = X_i) \right] - \frac{MW}{m} \right)^2 + \sum_{j=1}^n \left( \sum_{i=1}^m \left[ I(Y_j > X_i) + \frac{1}{2} I(Y_j = X_i) \right] - \frac{MW}{n} \right)^2 + mn$$

เมื่อ

$MW$  คือ สถิติทดสอบแมน-วิทนี

$\widehat{Var}(MW)$  คือ ค่าความแปรปรวนของสถิติทดสอบแมน-วิทนี

$I$  คือ ฟังก์ชันบ่งชี้ (Indicator Function)

ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก ( $H_0$ ) ที่ระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  เมื่อสถิติทดสอบ  $CL$  มีค่าน้อยกว่า  $z_{\frac{\alpha}{2}}$

หรือมีค่ามากกว่า  $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  เมื่อ  $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  คือ ควอนไทล์ที่  $1-\frac{\alpha}{2}$  ได้จากการเปิดตารางการแจกแจงแบบ

ปกติมาตรฐาน

5) ขั้นตอนการดำเนินงาน

(1) ทำการสุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่า โดยใช้การสุ่มแบบใส่คืนจำนวน  $m$  ครั้ง จากชุดของตัวอย่าง  $X_1, X_2, \dots, X_m$  จะได้  $X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*$

(2) ทำการสุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่า โดยใช้การสุ่มแบบใส่คืนจำนวน  $n$  ครั้ง จากชุดของตัวอย่าง  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  จะได้  $Y_1^*, Y_2^*, \dots, Y_n^*$

(3) นำ  $X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*$  และ  $Y_1^*, Y_2^*, \dots, Y_n^*$  มาคำนวณค่าสถิติทดสอบเงิน-ลู (Chen-Luo Test)

(4) เมื่อได้ค่าสถิติทดสอบเงิน-ลูเรียบร้อยแล้ว ให้กลับไปทำซ้ำข้อ 1-3 ทำเช่นนี้จนครบจำนวนครั้งของการบูทสเตรป ทั้งหมด 500 ครั้ง

(5) หาค่าเฉลี่ยของค่าสถิติทดสอบเงิน-ลู ทั้ง 500 ครั้ง และนำมาเปรียบเทียบกับบริเวณวิกฤต

### 3.2 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแบบทดสอบ

ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแบบทดสอบที่ใช้ในการวิจัย ทำได้โดยการจำลองข้อมูล โดยกำหนดสถานการณ์ต่างๆ ที่ใช้ในการศึกษาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบทั้ง 6 สถิติทดสอบ ดังนี้

#### 3.2.1 สุ่มตัวอย่างจากประชากรกรณีที่มีข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง

##### (Continuous Uniform Distribution)

ภายใต้ขอบเขตการวิจัย ได้กำหนดค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนทั้ง 2 กลุ่มที่ใช้ในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ เป็นดังนี้

**ตารางที่ 3.1** ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนที่ใช้ในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบเมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง

| เรื่อง                                                  | ค่าเฉลี่ยทั้ง 2 กลุ่ม<br>( $\mu_1, \mu_2$ ) | ความแปรปรวนทั้ง 2 กลุ่ม<br>( $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ ) |
|---------------------------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| การควบคุมความน่าจะเป็นของ<br>ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 | $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1$                      | $\sigma_1^2 = \frac{1}{12}, \sigma_2^2 = 3$             |
|                                                         | $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1$                      | $\sigma_1^2 = 3, \sigma_2^2 = \frac{1}{3}$              |
|                                                         | $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1$                      | $\sigma_1^2 = \frac{1}{3}, \sigma_2^2 = \frac{1}{12}$   |

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

| เรื่อง        | ค่าเฉลี่ยทั้ง 2 กลุ่ม<br>( $\mu_1, \mu_2$ ) | ความแปรปรวนทั้ง 2 กลุ่ม<br>( $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ ) |
|---------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| อำนาจการทดสอบ | $\mu_1 = 2, \mu_2 = 1$                      | $\sigma_1^2 = \frac{4}{3}, \sigma_2^2 = 12$             |
|               | $\mu_1 = 3, \mu_2 = 1$                      | $\sigma_1^2 = \frac{4}{3}, \sigma_2^2 = \frac{1}{3}$    |
|               | $\mu_1 = 4, \mu_2 = 1$                      | $\sigma_1^2 = 12, \sigma_2^2 = \frac{1}{3}$             |

โดยจะทำการกำหนดค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 คือ  $a_1, b_1, a_2$  และ  $b_2$  ให้สอดคล้องกับขอบเขตการวิจัย ดังนี้

ตารางที่ 3.2 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง

| ( $\mu_1, \mu_2$ )     | ( $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ )                          | ค่าพารามิเตอร์                                |
|------------------------|-------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1$ | $\sigma_1^2 = \frac{1}{12}, \sigma_2^2 = 3$           | $a_1 = 0.5, b_1 = 1.5$<br>$a_2 = -2, b_2 = 4$ |
| $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1$ | $\sigma_1^2 = \frac{1}{3}, \sigma_2^2 = \frac{1}{12}$ | $a_1 = 0, b_1 = 2$<br>$a_2 = 0.5, b_2 = 1.5$  |
| $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1$ | $\sigma_1^2 = 3, \sigma_2^2 = \frac{1}{3}$            | $a_1 = -2, b_1 = 4$<br>$a_2 = 0, b_2 = 2$     |

ตารางที่ 3.3 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอก  
รูปต่อเนื่อง

| $(\mu_1, \mu_2)$       | $(\sigma_1^2, \sigma_2^2)$                           | ค่าพารามิเตอร์                             |
|------------------------|------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| $\mu_1 = 2, \mu_2 = 1$ | $\sigma_1^2 = \frac{4}{3}, \sigma_2^2 = 12$          | $a_1 = -2, b_1 = 6$<br>$a_2 = -5, b_2 = 7$ |
| $\mu_1 = 3, \mu_2 = 1$ | $\sigma_1^2 = \frac{4}{3}, \sigma_2^2 = \frac{1}{3}$ | $a_1 = 1, b_1 = 5$<br>$a_2 = 0, b_2 = 2$   |
| $\mu_1 = 4, \mu_2 = 1$ | $\sigma_1^2 = 12, \sigma_2^2 = \frac{1}{3}$          | $a_1 = -2, b_1 = 10$<br>$a_2 = 0, b_2 = 2$ |

### 3.2.2 สุ่มตัวอย่างจากประชากร กรณีที่ข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution)

ภายใต้ขอบเขตการวิจัย ได้กำหนดค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนที่ใช้ในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ เป็นดังนี้

ตารางที่ 3.4 ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนที่ใช้ในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อน  
ประเภทที่ 1 และเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงแกมมา

| เรื่อง                                                  | ค่าเฉลี่ยทั้ง 2 กลุ่ม<br>$(\mu_1, \mu_2)$ | ความแปรปรวนทั้ง 2 กลุ่ม<br>$(\sigma_1^2, \sigma_2^2)$ |
|---------------------------------------------------------|-------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| การควบคุมความน่าจะเป็นของ<br>ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 | $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1$                    | $\sigma_1^2 = 2, \sigma_2^2 = 1$                      |
|                                                         | $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1$                    | $\sigma_1^2 = 3, \sigma_2^2 = 1$                      |
|                                                         | $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1$                    | $\sigma_1^2 = 4, \sigma_2^2 = 1$                      |
| อำนาจการทดสอบ                                           | $\mu_1 = 2, \mu_2 = 1$                    | $\sigma_1^2 = 2, \sigma_2^2 = 1$                      |
|                                                         | $\mu_1 = 3, \mu_2 = 1$                    | $\sigma_1^2 = 3, \sigma_2^2 = 1$                      |
|                                                         | $\mu_1 = 4, \mu_2 = 1$                    | $\sigma_1^2 = 4, \sigma_2^2 = 1$                      |

โดยจะทำการกำหนดค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 คือ  $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2$  และ  $\beta_2$  ให้สอดคล้องกับขอบเขตการวิจัย เป็นดังนี้

ตารางที่ 3.5 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงแกมมา

| $(\mu_1, \mu_2)$       | $(\sigma_1^2, \sigma_2^2)$       | ค่าพารามิเตอร์                                                       |
|------------------------|----------------------------------|----------------------------------------------------------------------|
| $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1$ | $\sigma_1^2 = 2, \sigma_2^2 = 1$ | $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \beta_1 = 2$<br>$\alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ |
| $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1$ | $\sigma_1^2 = 3, \sigma_2^2 = 1$ | $\alpha_1 = \frac{1}{3}, \beta_1 = 3$<br>$\alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ |
| $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1$ | $\sigma_1^2 = 4, \sigma_2^2 = 1$ | $\alpha_1 = \frac{1}{4}, \beta_1 = 4$<br>$\alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ |

ตารางที่ 3.6 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ กรณีที่ข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา

| $(\mu_1, \mu_2)$       | $(\sigma_1^2, \sigma_2^2)$       | ค่าพารามิเตอร์                                             |
|------------------------|----------------------------------|------------------------------------------------------------|
| $\mu_1 = 2, \mu_2 = 1$ | $\sigma_1^2 = 2, \sigma_2^2 = 1$ | $\alpha_1 = 2, \beta_1 = 1$<br>$\alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ |
| $\mu_1 = 3, \mu_2 = 1$ | $\sigma_1^2 = 3, \sigma_2^2 = 1$ | $\alpha_1 = 3, \beta_1 = 1$<br>$\alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ |
| $\mu_1 = 4, \mu_2 = 1$ | $\sigma_1^2 = 4, \sigma_2^2 = 1$ | $\alpha_1 = 4, \beta_1 = 1$<br>$\alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ |

### 3.2.3 กำหนดขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา มี 3 ระดับคือ

3.2.3.1 ตัวอย่างขนาดเล็ก  $(m, n) = (5, 10), (10, 10)$

3.2.3.2 ตัวอย่างขนาดกลาง  $(m, n) = (20, 30), (30, 30)$

3.2.3.3 ตัวอย่างขนาดใหญ่  $(m, n) = (40, 50), (60, 60)$  และ  $(100, 100)$

### 3.2.4 ขั้นตอนการสร้างข้อมูล

ข้อมูลสร้างการแจกแจงตามสถานการณ์ที่กำหนด โดยใช้โปรแกรม R มีรายละเอียดการสร้างจากการแจกแจงแบบต่างๆ ดังนี้

#### 3.2.4.1 สร้างข้อมูลจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง

การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง มีค่าอยู่ในช่วง  $(a, b)$  มีฟังก์ชันความหนาแน่น คือ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & , \quad a < x < b \\ 0 & , \quad \text{อื่นๆ} \end{cases}$$

ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มแบบเอกรูปต่อเนื่อง

$$\text{ค่าเฉลี่ย} = \frac{a+b}{2}$$

$$\text{ความแปรปรวน} = \frac{(b-a)^2}{12}$$

คำสั่งในการสร้างตัวเลขสุ่มด้วยโปรแกรม R ให้มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง เพื่อให้ได้ตัวอย่างสุ่ม  $X_1, X_2, \dots, X_m$  จำนวน  $m$  ตัว ที่มีพารามิเตอร์  $a_1$  และ  $b_1$  คือ  $\text{runif}(m, a_1, b_1)$

และคำสั่งในการสร้างตัวเลขสุ่มด้วยโปรแกรม R ให้มีการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง เพื่อให้ได้ตัวอย่างสุ่ม  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  จำนวน  $n$  ตัว ที่มีพารามิเตอร์  $a_2$  และ  $b_2$  คือ  $\text{runif}(n, a_2, b_2)$

#### 3.2.4.2 สร้างข้อมูลจากการแจกแจงแกมมา

การแจกแจงแกมมา มีฟังก์ชันความหนาแน่น คือ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} e^{-\frac{x}{\beta}} x^{\alpha-1} & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad \text{อื่นๆ} \end{cases}$$

$$\text{โดยที่} \quad \Gamma(\alpha) = \int_0^\infty e^{-x} x^{\alpha-1} dx$$

เมื่อ  $\alpha$  เป็นพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง (Shape Parameter),  $\alpha > 0$

$\beta$  เป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (Scale Parameter),  $\beta > 0$

ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มแบบแกมมา

$$\text{ค่าเฉลี่ย} = \alpha\beta$$

$$\text{ความแปรปรวน} = \alpha\beta^2$$

คำสั่งในการสร้างตัวเลขสุ่มด้วยโปรแกรม R ให้มีการแจกแจงแกมมา เพื่อให้ได้ตัวอย่างสุ่ม  $X_1, X_2, \dots, X_m$  จำนวน  $m$  ตัว ที่มีพารามิเตอร์  $\alpha_1 = a_1$  และ  $\beta_1 = b_1$  คือ  $rgamma(m, a_1, b_1)$  และคำสั่งในการสร้างตัวเลขสุ่มด้วยโปรแกรม R ให้มีการแจกแจงแกมมา เพื่อให้ได้ตัวอย่างสุ่ม  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  จำนวน  $n$  ตัว ที่มีพารามิเตอร์  $\alpha_2 = a_2$  และ  $\beta_2 = b_2$  คือ  $rgamma(n, a_2, b_2)$

### 3.2.5 การคำนวณค่าสถิติทดสอบ

หลังจากสร้างตัวแปรสุ่มตามลักษณะการแจกแจง และตามขนาดตัวอย่างที่กำหนด แล้วจะนำข้อมูลที่ได้มาคำนวณค่าสถิติทดสอบแต่ละวิธี ดังนี้

#### 3.2.5.1 สถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนี (Wilcoxon-Mann-Whitney Test)

กรณีที่ตัวอย่างมีขนาดเล็ก ( $m, n < 20$ )

$$WMW = nm + \frac{m(m+1)}{2} - R_X$$

กรณีที่ตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ( $m, n \geq 20$ )

$$WMW_1 = \frac{WMW - \frac{mn}{2}}{\sqrt{\frac{mn(m+n+1)}{12}}}$$

#### 3.2.5.2 วิธีคลิฟฟ์ (Cliff's Method)

$$C_l = \frac{\hat{\delta} - \hat{\delta}^3 - z\hat{\sigma}\sqrt{(1-\hat{\delta}^2)^2 + z^2\hat{\sigma}^2}}{1 - \hat{\delta}^2 + z^2\hat{\sigma}^2}$$

$$C_u = \frac{\hat{\delta} - \hat{\delta}^3 + z\hat{\sigma}\sqrt{(1-\hat{\delta}^2)^2 + z^2\hat{\sigma}^2}}{1 - \hat{\delta}^2 + z^2\hat{\sigma}^2}$$

#### 3.2.5.3 สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล (Brunner-Munzel Test)

$$BM = \frac{mn(\bar{R}_Y - \bar{R}_X)}{(m+n)\sqrt{mS_X^2 + nS_Y^2}}$$

#### 3.2.5.4 สถิติทดสอบเฉิน-หลู (Chen-Luo Test)

$$CL = \frac{MW}{\sqrt{\widehat{Var}(MW)}}$$

#### 3.2.5.5 สถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์ (Bootstrap Rank Welch Test)

$$RW = \frac{\bar{R}_Y - \bar{R}_X}{\sqrt{\frac{S_X^2}{m} + \frac{S_Y^2}{n}}}$$

โดยใช้จำนวนครั้งของการสุ่มด้วยวิธีบูทสเตรป จำนวน 500 ครั้ง

### 3.2.5.6 สถิติทดสอบบูทสแตรปเงิน-ลู(Bootstrap Chen-Luo test)

$$CL = \frac{MW}{\sqrt{\widehat{Var}(MW)}}$$

โดยใช้จำนวนครั้งของการสุ่มด้วยวิธีบูทสแตรป จำนวน 500 ครั้ง

เมื่อได้ค่าสถิติทดสอบแต่ละวิธีแล้ว จึงทำการเปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบที่คำนวณได้กับ  
บริเวณวิกฤตของแต่ละการทดสอบ

### 3.2.6 ขั้นตอนการคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐานการทดสอบ

$H_0$  : ทั้งสองกลุ่มตัวอย่างมาจากประชากรที่มีตำแหน่งไม่แตกต่างกัน

$H_1$  : ทั้งสองกลุ่มตัวอย่างมาจากประชากรที่มีตำแหน่งแตกต่างกัน

ขั้นที่ 2 กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบสมมติฐาน คือ 0.01 และ 0.05

ขั้นที่ 3 กำหนดลักษณะการแจกแจงของกลุ่มตัวอย่างให้เป็นไปตามสมมติฐานหลัก( $H_0$ )

ที่ตั้งไว้ โดยให้มีค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่มตามแต่ละสถานการณ์

ขั้นที่ 4 คำนวณค่าสถิติทดสอบแต่ละวิธี โดยสถิติทดสอบที่ใช้ประกอบด้วย สถิติทดสอบ  
วิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ วิธีคลิฟฟ์ สถิติทดสอบบรูเนอร์-มุนเชล สถิติทดสอบเงิน-ลู สถิติทดสอบ  
บูทสแตรปแรงก์เวลซ์ และสถิติทดสอบบูทสแตรปเงิน-ลู

ขั้นที่ 5 เปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบที่คำนวณได้กับบริเวณวิกฤตของแต่ละการทดสอบใน  
แต่ละสถานการณ์

ขั้นที่ 6 ทำการทดลองซ้ำจำนวน 1,000 ครั้ง แล้วนับจำนวนครั้งในการปฏิเสธสมมติฐาน  
หลัก( $H_0$ )

ขั้นที่ 7 คำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 โดยนำจำนวนครั้งใน  
การปฏิเสธสมมติฐานหลัก( $H_0$ )หารด้วยจำนวนครั้งในการทำซ้ำ ซึ่งในที่นี้ทำการทดลองซ้ำ  
จำนวน 1,000 ครั้ง

### 3.2.7 ขั้นตอนการคำนวณค่าอำนาจการทดสอบ

ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐานการทดสอบ

$H_0$  : ทั้งสองกลุ่มตัวอย่างมาจากประชากรที่มีตำแหน่งไม่แตกต่างกัน

$H_1$  : ทั้งสองกลุ่มตัวอย่างมาจากประชากรที่มีตำแหน่งแตกต่างกัน

ขั้นที่ 2 กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบสมมติฐาน คือ 0.01 และ 0.05

ขั้นที่ 3 กำหนดลักษณะการแจกแจงของกลุ่มตัวอย่างให้เป็นไปตามสมมติฐานรอง ( $H_1$ ) ที่ตั้งไว้ โดยให้มีความถี่และความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่มตามแต่ละสถานการณ์

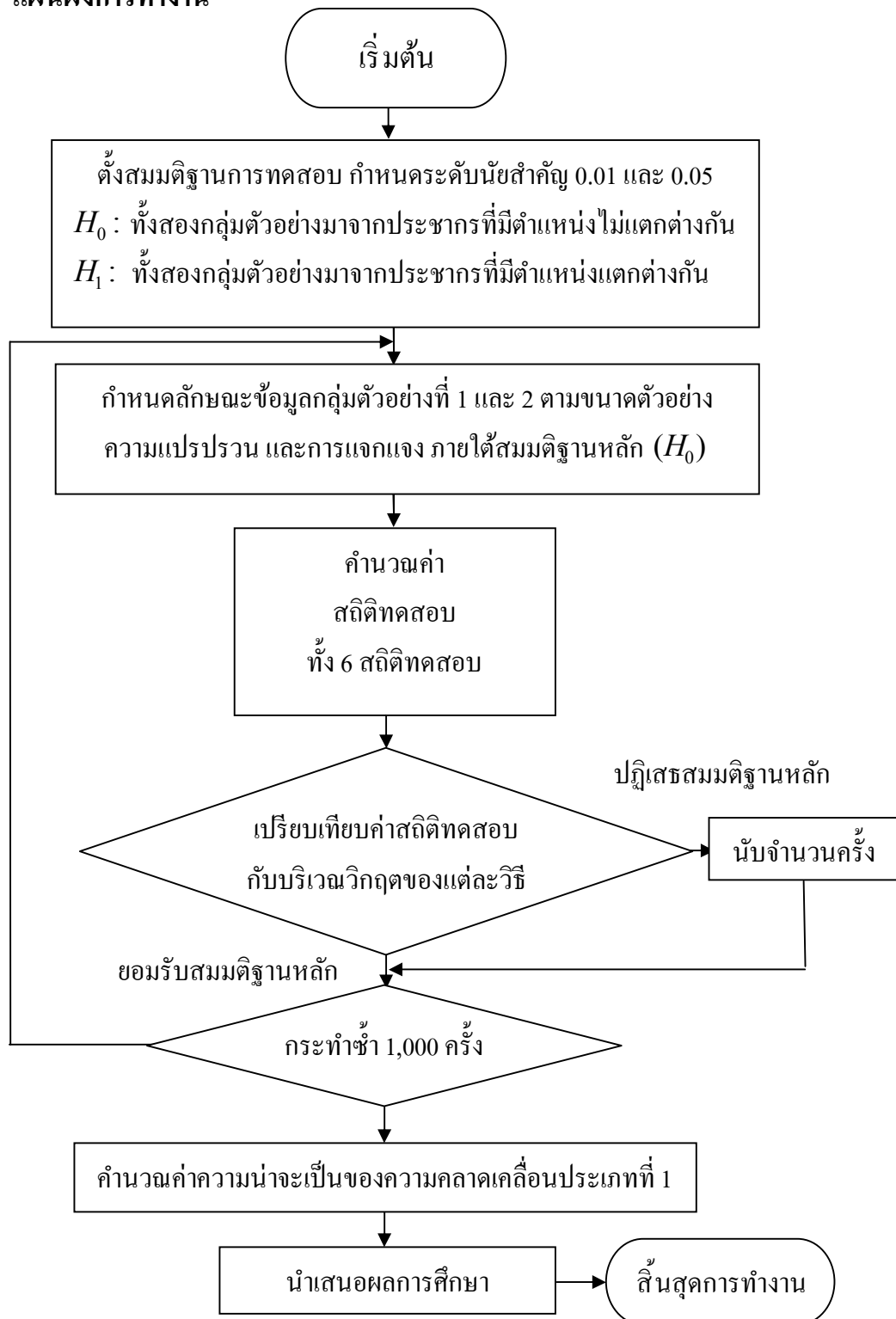
ขั้นที่ 4 คำนวณค่าสถิติทดสอบแต่ละวิธี โดยสถิติทดสอบที่ใช้ประกอบด้วย สถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ วิธีคลิฟฟ์ สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล สถิติทดสอบเงิน-ลู สถิติทดสอบบูทสเตรปแรงก์เวลช์ และสถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู

ขั้นที่ 5 เปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบที่คำนวณได้กับบริเวณวิกฤตของแต่ละการทดสอบในแต่ละสถานการณ์

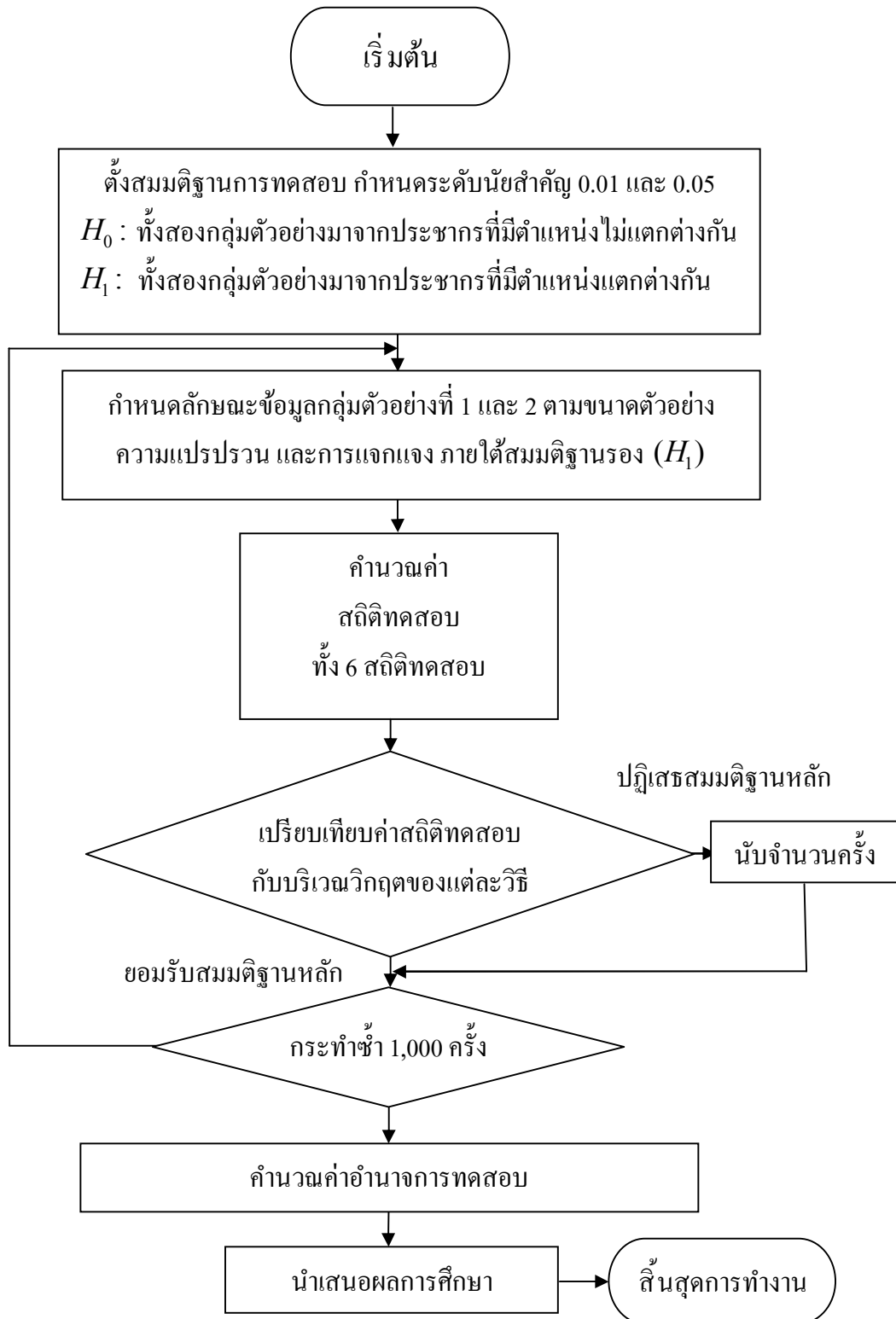
ขั้นที่ 6 ทำการทดลองซ้ำจำนวน 1,000 ครั้ง แล้วนับจำนวนครั้งในการปฏิเสธสมมติฐานหลัก ( $H_0$ )

ขั้นที่ 7 คำนวณค่าอำนาจการทดสอบโดยนำจำนวนครั้งในการปฏิเสธสมมติฐานหลัก ( $H_0$ ) หารด้วยจำนวนครั้งในการทำซ้ำ ซึ่งในที่นี้ทำการทดลองซ้ำจำนวน 1,000 ครั้ง

### 3.3 แผนผังการทำงาน



ภาพที่ 3.1 ขั้นตอนการคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1



ภาพที่ 3.2 ขั้นตอนการคำนวณค่าอำนาจการทดสอบ

## บทที่ 4

### ผลการดำเนินงานวิจัย

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้ เพื่อพัฒนาสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม กรณีความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน จากสถิติทดสอบเงิน-ลู และเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบของสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์สำหรับการทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม กรณีความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากันที่พัฒนาขึ้นใหม่ นั่นคือ สถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู กับสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ วิธีคลิฟฟ์ สถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล สถิติทดสอบเงิน-ลู และสถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องและการแจกแจงแกมมา ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา คือ (5,10), (10,10), (20,30), (30,30), (40,50), (60,60) และ (100,100) ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ คือ 0.01 และ 0.05 ซึ่งสถิติทดสอบที่ศึกษามีดังนี้

- 1) สถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์
- 2) วิธีคลิฟฟ์
- 3) สถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล
- 4) สถิติทดสอบเงิน-ลู
- 5) สถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์
- 6) สถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู

เกณฑ์ในการพิจารณาว่าสถิติทดสอบใดมีประสิทธิภาพสูงที่สุด จะพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ก่อน แล้วจึงทำการศึกษาเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบ

ในการพิจารณาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จะใช้เกณฑ์ของแบรดเลย์ (Rheinheimer and Penfield, 2001: 373-391) คือ ถ้าค่า  $\tau$  เป็นค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ได้จากการทดลอง เมื่อค่า  $\tau$  อยู่ในช่วง  $(0.5\alpha, 1.5\alpha)$  จะถือว่า สถิติทดสอบนั้นสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ นั่นคือ

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ค่า  $\tau$  จะอยู่ในช่วง (0.025, 0.075)

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ค่า  $\tau$  จะอยู่ในช่วง (0.005, 0.015)

ในกรณีที่สถิติทดสอบมีค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ได้จากการทดลอง อยู่นอกขอบเขตของเกณฑ์ที่กำหนด จะถือว่า สถิติทดสอบนั้น ไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

ส่วนเกณฑ์ในการพิจารณาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ จะพิจารณาจากสถิติทดสอบที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบอื่นๆ ในแต่ละสถานการณ์ที่ทำการศึกษา

การนำเสนอผลการวิจัยจะนำเสนอในรูปแบบของตาราง ทั้งนี้เพื่อความสะดวกในการนำเสนอ จึงกำหนดสัญลักษณ์เพื่อใช้แทนความหมายต่างๆ ดังนี้

|                  |         |                                                                     |
|------------------|---------|---------------------------------------------------------------------|
| WMW              | หมายถึง | สถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนี                                       |
| Cliff            | หมายถึง | วิธีคลิฟฟ์                                                          |
| BM               | หมายถึง | สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล                                          |
| CL               | หมายถึง | สถิติทดสอบเงิน-ลู                                                   |
| BRW              | หมายถึง | สถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์                                        |
| BCL              | หมายถึง | สถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู                                           |
| ตัวอย่างขนาดเล็ก | หมายถึง | ตัวอย่างที่มีขนาด $(m, n) = (5, 10)$ และ $(10, 10)$                 |
| ตัวอย่างขนาดกลาง | หมายถึง | ตัวอย่างที่มีขนาด $(m, n) = (20, 30)$ และ $(30, 30)$                |
| ตัวอย่างขนาดใหญ่ | หมายถึง | ตัวอย่างที่มีขนาด $(m, n) = (40, 50), (60, 60)$<br>และ $(100, 100)$ |

การนำเสนอผลการศึกษสามารถแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ดังนี้

1) ส่วนที่ 1 ผลการศึกษาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนี วิธีคลิฟฟ์ สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล สถิติทดสอบเงิน-ลู สถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์ และสถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู

2) ส่วนที่ 2 ผลการศึกษาเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนี วิธีคลิฟฟ์ สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล สถิติทดสอบเงิน-ลู สถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์ และสถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู

#### 4.1 ผลการศึกษาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

ผลการศึกษาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนี วิสคัลฟี่ สถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล สถิติทดสอบเงิน-ลู่ สถิติทดสอบบูทสเตรปแรงก์เวลช์ และสถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู่ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องและการแจกแจงแกมมา

ผลการศึกษาที่มีรายละเอียดตามลำดับดังนี้

**ตารางที่ 4.1** ค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของแต่ละสถิติทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

| ขนาด<br>ตัวอย่าง<br>( $m, n$ ) | พารามิเตอร์ที่ใช้             | สถิติทดสอบ |       |       |       |       |       |
|--------------------------------|-------------------------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                |                               | WMW        | Cliff | BM    | BRW   | CL    | BCL   |
| (5,10)                         | $a1=0.5, b1=1.5, a2=-2, b2=4$ | 0.038      | 0.036 | 0.048 | 0.069 | 0.053 | 0.029 |
|                                | $a1=0, b1=2, a2=0.5, b2=1.5$  | 0.053      | 0.045 | 0.051 | 0.071 | 0.038 | 0.034 |
|                                | $a1=-2, b1=4, a2=0, b2=2$     | 0.062      | 0.055 | 0.050 | 0.073 | 0.037 | 0.032 |
| (10,10)                        | $a1=0.5, b1=1.5, a2=-2, b2=4$ | 0.054      | 0.040 | 0.049 | 0.060 | 0.056 | 0.037 |
|                                | $a1=0, b1=2, a2=0.5, b2=1.5$  | 0.058      | 0.041 | 0.051 | 0.065 | 0.057 | 0.040 |
|                                | $a1=-2, b1=4, a2=0, b2=2$     | 0.061      | 0.045 | 0.052 | 0.065 | 0.063 | 0.032 |
| (20,30)                        | $a1=0.5, b1=1.5, a2=-2, b2=4$ | 0.054      | 0.045 | 0.050 | 0.059 | 0.046 | 0.042 |
|                                | $a1=0, b1=2, a2=0.5, b2=1.5$  | 0.056      | 0.058 | 0.052 | 0.062 | 0.054 | 0.045 |
|                                | $a1=-2, b1=4, a2=0, b2=2$     | 0.052      | 0.051 | 0.054 | 0.058 | 0.050 | 0.040 |
| (30,30)                        | $a1=0.5, b1=1.5, a2=-2, b2=4$ | 0.053      | 0.046 | 0.048 | 0.062 | 0.045 | 0.044 |
|                                | $a1=0, b1=2, a2=0.5, b2=1.5$  | 0.057      | 0.060 | 0.056 | 0.059 | 0.060 | 0.048 |
|                                | $a1=-2, b1=4, a2=0, b2=2$     | 0.052      | 0.048 | 0.050 | 0.055 | 0.050 | 0.043 |

ตารางที่ 4.1 (ต่อ)

| ขนาด<br>ตัวอย่าง<br>( $m, n$ ) | พารามิเตอร์ที่ใช้             | สถิติทดสอบ |       |       |       |       |       |
|--------------------------------|-------------------------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                |                               | WMW        | Cliff | BM    | BRW   | CL    | BCL   |
| (40,50)                        | $a1=0.5, b1=1.5, a2=-2, b2=4$ | 0.052      | 0.044 | 0.050 | 0.054 | 0.053 | 0.046 |
|                                | $a1=0, b1=2, a2=0.5, b2=1.5$  | 0.055      | 0.054 | 0.050 | 0.060 | 0.051 | 0.047 |
|                                | $a1=-2, b1=4, a2=0, b2=2$     | 0.050      | 0.058 | 0.048 | 0.059 | 0.059 | 0.045 |
| (60,60)                        | $a1=0.5, b1=1.5, a2=-2, b2=4$ | 0.048      | 0.047 | 0.049 | 0.052 | 0.053 | 0.042 |
|                                | $a1=0, b1=2, a2=0.5, b2=1.5$  | 0.050      | 0.052 | 0.053 | 0.060 | 0.061 | 0.049 |
|                                | $a1=-2, b1=4, a2=0, b2=2$     | 0.050      | 0.045 | 0.048 | 0.058 | 0.050 | 0.048 |
| (100,100)                      | $a1=0.5, b1=1.5, a2=-2, b2=4$ | 0.055      | 0.048 | 0.060 | 0.048 | 0.063 | 0.049 |
|                                | $a1=0, b1=2, a2=0.5, b2=1.5$  | 0.056      | 0.050 | 0.058 | 0.050 | 0.056 | 0.050 |
|                                | $a1=-2, b1=4, a2=0, b2=2$     | 0.054      | 0.049 | 0.056 | 0.052 | 0.057 | 0.051 |

จากตารางที่ 4.1 พบว่า ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง สถิติทดสอบทุกตัวสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่าง และทุกกรณีศึกษา

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก  $(m, n) = (5, 10), (10, 10)$  สถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 น้อยกว่าสถิติทดสอบอื่น โดยมีค่าประมาณ 0.029-0.040 ขณะที่สถิติทดสอบอื่นสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีกว่า โดยเฉพาะสถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล ที่มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ใกล้เคียงกับระดับนัยสำคัญ 0.05 มากที่สุด โดยมีค่าประมาณ 0.048-0.052

เมื่อตัวอย่างมีขนาดกลาง  $(m, n) = (20, 30), (30, 30)$  สถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ใกล้เคียงกับระดับนัยสำคัญมากขึ้น โดยมีค่าประมาณ 0.040-0.048 ซึ่งสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีกว่าสถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์ ที่มีค่าประมาณ 0.055-0.062 และสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ใกล้เคียงกับวิธีคลิฟฟ์และสถิติทดสอบเงิน-ลู ซึ่งมีค่าประมาณ 0.045-0.060 ขณะที่สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล และสถิติทดสอบวิลคอกสัน-

แมน-วิทนีส์ มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ใกล้เคียงกับระดับนัยสำคัญ 0.05 มากที่สุด โดยมีค่าประมาณ 0.048-0.056 และ 0.052-0.056 ตามลำดับ

และเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่  $(m, n) = (40, 50), (60, 60), (100, 100)$  พบว่า สถิติทดสอบทุกตัว มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ใกล้เคียงกับระดับนัยสำคัญมากขึ้น โดยเฉพาะเมื่อตัวอย่างมีขนาด  $(m, n) = (100, 100)$  สถิติทดสอบบทสเตรปเงิน-ลู มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ใกล้เคียงระดับนัยสำคัญมากที่สุด โดยมีค่าประมาณ 0.049-0.051

**ตารางที่ 4.2** ค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของแต่ละสถิติทดสอบเมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงแกมมา ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

| ขนาด<br>ตัวอย่าง<br>$(m, n)$ | พารามิเตอร์ที่ใช้                                                | สถิติทดสอบ |       |       |       |       |       |
|------------------------------|------------------------------------------------------------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                              |                                                                  | WMW        | Cliff | BM    | BRW   | CL    | BCL   |
| (5,10)                       | $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \beta_1 = 2, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.040      | 0.036 | 0.048 | 0.064 | 0.065 | 0.034 |
|                              | $\alpha_1 = \frac{1}{3}, \beta_1 = 3, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.035      | 0.031 | 0.055 | 0.067 | 0.039 | 0.037 |
|                              | $\alpha_1 = \frac{1}{4}, \beta_1 = 4, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.063      | 0.062 | 0.053 | 0.072 | 0.044 | 0.046 |
| (10,10)                      | $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \beta_1 = 2, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.060      | 0.066 | 0.052 | 0.066 | 0.062 | 0.042 |
|                              | $\alpha_1 = \frac{1}{3}, \beta_1 = 3, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.048      | 0.042 | 0.056 | 0.069 | 0.068 | 0.041 |
|                              | $\alpha_1 = \frac{1}{4}, \beta_1 = 4, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.048      | 0.046 | 0.054 | 0.068 | 0.064 | 0.042 |
| (20,30)                      | $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \beta_1 = 2, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.056      | 0.056 | 0.058 | 0.069 | 0.061 | 0.046 |
|                              | $\alpha_1 = \frac{1}{3}, \beta_1 = 3, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.053      | 0.067 | 0.056 | 0.065 | 0.058 | 0.038 |
|                              | $\alpha_1 = \frac{1}{4}, \beta_1 = 4, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.052      | 0.044 | 0.049 | 0.061 | 0.051 | 0.045 |
| (30,30)                      | $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \beta_1 = 2, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.060      | 0.068 | 0.054 | 0.059 | 0.064 | 0.049 |
|                              | $\alpha_1 = \frac{1}{3}, \beta_1 = 3, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.054      | 0.058 | 0.050 | 0.060 | 0.057 | 0.042 |
|                              | $\alpha_1 = \frac{1}{4}, \beta_1 = 4, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.054      | 0.062 | 0.059 | 0.066 | 0.052 | 0.048 |

ตารางที่ 4.2 (ต่อ)

| ขนาด<br>ตัวอย่าง<br>( $m, n$ ) | พารามิเตอร์ที่ใช้                                                | สถิติทดสอบ |       |       |       |       |       |
|--------------------------------|------------------------------------------------------------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                |                                                                  | WMW        | Cliff | BM    | BRW   | CL    | BCL   |
| (40,50)                        | $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \beta_1 = 2, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.062      | 0.054 | 0.054 | 0.054 | 0.065 | 0.040 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{3}, \beta_1 = 3, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.063      | 0.066 | 0.053 | 0.062 | 0.052 | 0.049 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{4}, \beta_1 = 4, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.060      | 0.052 | 0.058 | 0.061 | 0.052 | 0.045 |
| (60,60)                        | $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \beta_1 = 2, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.059      | 0.048 | 0.051 | 0.053 | 0.062 | 0.047 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{3}, \beta_1 = 3, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.056      | 0.049 | 0.052 | 0.055 | 0.050 | 0.042 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{4}, \beta_1 = 4, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.061      | 0.041 | 0.059 | 0.058 | 0.050 | 0.046 |
| (100,100)                      | $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \beta_1 = 2, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.058      | 0.050 | 0.061 | 0.051 | 0.054 | 0.049 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{3}, \beta_1 = 3, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.055      | 0.053 | 0.056 | 0.053 | 0.057 | 0.052 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{4}, \beta_1 = 4, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.054      | 0.053 | 0.057 | 0.053 | 0.052 | 0.051 |

จากตารางที่ 4.2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงแกมมา สถิติทดสอบทุกตัวสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่าง และทุกกรณีศึกษา

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก  $(m, n) = (5, 10), (10, 10)$  สถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ โดยมีค่าประมาณ 0.034-0.046 ซึ่งสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีกว่าวิธีคลิฟฟ์ สถิติทดสอบเงิน-ลู และสถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์ ที่มีค่าประมาณ 0.031-0.066, 0.039-0.068 และ 0.064-0.072 ตามลำดับ ขณะที่สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ใกล้เคียงกับระดับนัยสำคัญ 0.05 มากที่สุด โดยมีค่าประมาณ 0.048-0.056

เมื่อตัวอย่างมีขนาดกลาง  $(m, n) = (20, 30), (30, 30)$  สถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ใกล้เคียงระดับนัยสำคัญมากขึ้น โดยมีค่าประมาณ 0.038-0.049 ซึ่งสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้

ดีกว่าวิธีคลิฟฟ์ สถิติทดสอบเงิน-ลู และสถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์ ซึ่งมีค่าประมาณ 0.044-0.068, 0.059-0.069 และ 0.051-0.064 ตามลำดับ

และเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่  $(m, n) = (40, 50), (60, 60), (100, 100)$  สถิติทดสอบทุกตัว มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ใกล้เคียงกับระดับนัยสำคัญมากขึ้น โดยเฉพาะเมื่อตัวอย่างมีขนาด  $(m, n) = (60, 60), (100, 100)$  สถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีที่สุด โดยมีค่าประมาณ 0.042-0.052

**ตารางที่ 4.3** ค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของแต่ละสถิติทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

| ขนาด<br>ตัวอย่าง<br>( $m, n$ ) | พารามิเตอร์ที่ใช้                 | สถิติทดสอบ |       |       |       |       |       |
|--------------------------------|-----------------------------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                |                                   | WMW        | Cliff | BM    | BRW   | CL    | BCL   |
| (5,10)                         | $a_1=0.5, b_1=1.5, a_2=-2, b_2=4$ | 0.005      | 0.006 | 0.013 | 0.015 | 0.009 | 0.005 |
|                                | $a_1=0, b_1=2, a_2=0.5, b_2=1.5$  | 0.010      | 0.011 | 0.012 | 0.014 | 0.013 | 0.005 |
|                                | $a_1=-2, b_1=4, a_2=0, b_2=2$     | 0.011      | 0.012 | 0.010 | 0.015 | 0.013 | 0.006 |
| (10,10)                        | $a_1=0.5, b_1=1.5, a_2=-2, b_2=4$ | 0.012      | 0.010 | 0.011 | 0.013 | 0.014 | 0.007 |
|                                | $a_1=0, b_1=2, a_2=0.5, b_2=1.5$  | 0.013      | 0.009 | 0.013 | 0.015 | 0.009 | 0.008 |
|                                | $a_1=-2, b_1=4, a_2=0, b_2=2$     | 0.015      | 0.007 | 0.010 | 0.013 | 0.012 | 0.007 |
| (20,30)                        | $a_1=0.5, b_1=1.5, a_2=-2, b_2=4$ | 0.008      | 0.009 | 0.008 | 0.014 | 0.012 | 0.006 |
|                                | $a_1=0, b_1=2, a_2=0.5, b_2=1.5$  | 0.014      | 0.011 | 0.012 | 0.013 | 0.015 | 0.008 |
|                                | $a_1=-2, b_1=4, a_2=0, b_2=2$     | 0.013      | 0.014 | 0.014 | 0.012 | 0.011 | 0.008 |
| (30,30)                        | $a_1=0.5, b_1=1.5, a_2=-2, b_2=4$ | 0.012      | 0.009 | 0.011 | 0.012 | 0.015 | 0.005 |
|                                | $a_1=0, b_1=2, a_2=0.5, b_2=1.5$  | 0.014      | 0.010 | 0.010 | 0.014 | 0.012 | 0.007 |
|                                | $a_1=-2, b_1=4, a_2=0, b_2=2$     | 0.010      | 0.008 | 0.008 | 0.011 | 0.011 | 0.009 |
| (40,50)                        | $a_1=0.5, b_1=1.5, a_2=-2, b_2=4$ | 0.011      | 0.010 | 0.012 | 0.014 | 0.009 | 0.007 |
|                                | $a_1=0, b_1=2, a_2=0.5, b_2=1.5$  | 0.014      | 0.012 | 0.014 | 0.015 | 0.013 | 0.006 |
|                                | $a_1=-2, b_1=4, a_2=0, b_2=2$     | 0.012      | 0.010 | 0.010 | 0.013 | 0.011 | 0.009 |

ตารางที่ 4.3 (ต่อ)

| ขนาด<br>ตัวอย่าง<br>( $m, n$ ) | พารามิเตอร์ที่ใช้             | สถิติทดสอบ |       |       |       |       |       |
|--------------------------------|-------------------------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                |                               | WMW        | Cliff | BM    | BRW   | CL    | BCL   |
| (60,60)                        | $a1=0.5, b1=1.5, a2=-2, b2=4$ | 0.011      | 0.012 | 0.012 | 0.015 | 0.013 | 0.006 |
|                                | $a1=0, b1=2, a2=0.5, b2=1.5$  | 0.012      | 0.012 | 0.011 | 0.014 | 0.013 | 0.008 |
|                                | $a1=-2, b1=4, a2=0, b2=2$     | 0.014      | 0.012 | 0.012 | 0.013 | 0.010 | 0.008 |
| (100,100)                      | $a1=0.5, b1=1.5, a2=-2, b2=4$ | 0.012      | 0.011 | 0.014 | 0.010 | 0.013 | 0.010 |
|                                | $a1=0, b1=2, a2=0.5, b2=1.5$  | 0.013      | 0.010 | 0.013 | 0.012 | 0.012 | 0.012 |
|                                | $a1=-2, b1=4, a2=0, b2=2$     | 0.011      | 0.010 | 0.014 | 0.011 | 0.012 | 0.013 |

จากตารางที่ 4.3 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง สถิติทดสอบทุกตัวสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่าง และทุกกรณีศึกษา

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก  $(m, n) = (5, 10), (10, 10)$  สถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ โดยมีค่าประมาณ 0.005-0.008 ซึ่งสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีกว่าสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีส์ ที่มีค่าประมาณ 0.005-0.015 และสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ใกล้เคียงกับสถิติทดสอบบูทสเตรปแรงก์เวลช์ ที่มีค่าประมาณ 0.013-0.015 ขณะที่สถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ใกล้เคียงกับระดับนัยสำคัญมากที่สุด ซึ่งมีค่าประมาณ 0.010-0.013

เมื่อตัวอย่างมีขนาดกลาง  $(m, n) = (20, 30), (30, 30)$  สถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ใกล้เคียงกับสถิติทดสอบอื่นโดยมีค่าประมาณ 0.005-0.009

และเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่  $(m, n) = (40, 50), (60, 60), (100, 100)$  พบว่า สถิติทดสอบทุกตัว มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ใกล้เคียงกับระดับนัยสำคัญมากขึ้น โดยเฉพาะเมื่อตัวอย่างมีขนาด  $(m, n) = (100, 100)$  สถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีที่สุด โดยมีค่าประมาณ 0.010-0.013

**ตารางที่ 4.4** ค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของแต่ละสถิติทดสอบ  
เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงแกมมา ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

| ขนาด<br>ตัวอย่าง<br>( $m, n$ ) | พารามิเตอร์ที่ใช้                                                | สถิติทดสอบ |       |       |       |       |       |
|--------------------------------|------------------------------------------------------------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                |                                                                  | WMW        | Cliff | BM    | BRW   | CL    | BCL   |
| (5,10)                         | $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \beta_1 = 2, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.015      | 0.012 | 0.011 | 0.015 | 0.015 | 0.006 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{3}, \beta_1 = 3, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.012      | 0.014 | 0.012 | 0.014 | 0.014 | 0.005 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{4}, \beta_1 = 4, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.013      | 0.014 | 0.011 | 0.012 | 0.014 | 0.005 |
| (10,10)                        | $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \beta_1 = 2, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.015      | 0.012 | 0.013 | 0.014 | 0.012 | 0.007 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{3}, \beta_1 = 3, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.013      | 0.011 | 0.010 | 0.012 | 0.014 | 0.009 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{4}, \beta_1 = 4, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.014      | 0.013 | 0.012 | 0.015 | 0.010 | 0.007 |
| (20,30)                        | $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \beta_1 = 2, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.014      | 0.012 | 0.011 | 0.009 | 0.013 | 0.006 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{3}, \beta_1 = 3, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.011      | 0.008 | 0.009 | 0.013 | 0.012 | 0.006 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{4}, \beta_1 = 4, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.012      | 0.013 | 0.014 | 0.012 | 0.013 | 0.005 |
| (30,30)                        | $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \beta_1 = 2, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.012      | 0.011 | 0.010 | 0.015 | 0.014 | 0.008 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{3}, \beta_1 = 3, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.010      | 0.008 | 0.013 | 0.013 | 0.015 | 0.008 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{4}, \beta_1 = 4, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.009      | 0.009 | 0.011 | 0.011 | 0.010 | 0.007 |
| (40,50)                        | $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \beta_1 = 2, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.012      | 0.011 | 0.011 | 0.013 | 0.008 | 0.009 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{3}, \beta_1 = 3, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.012      | 0.014 | 0.010 | 0.014 | 0.013 | 0.008 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{4}, \beta_1 = 4, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.009      | 0.011 | 0.013 | 0.010 | 0.010 | 0.007 |
| (60,60)                        | $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \beta_1 = 2, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.014      | 0.011 | 0.010 | 0.015 | 0.012 | 0.007 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{3}, \beta_1 = 3, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.008      | 0.012 | 0.011 | 0.012 | 0.012 | 0.008 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{4}, \beta_1 = 4, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.011      | 0.009 | 0.013 | 0.012 | 0.010 | 0.008 |

ตารางที่ 4.4 (ต่อ)

| ขนาด<br>ตัวอย่าง<br>( $m, n$ ) | พารามิเตอร์ที่ใช้                                                | สถิติทดสอบ |       |       |       |       |       |
|--------------------------------|------------------------------------------------------------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                |                                                                  | WMW        | Cliff | BM    | BRW   | CL    | BCL   |
| (100,100)                      | $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \beta_1 = 2, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.011      | 0.010 | 0.014 | 0.011 | 0.012 | 0.010 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{3}, \beta_1 = 3, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.013      | 0.011 | 0.012 | 0.012 | 0.012 | 0.012 |
|                                | $\alpha_1 = \frac{1}{4}, \beta_1 = 4, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.012      | 0.011 | 0.013 | 0.012 | 0.011 | 0.010 |

จากตารางที่ 4.4 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงแกมมา สถิติทดสอบทุกตัวสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่าง และทุกกรณีศึกษา

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก  $(m, n) = (5, 10), (10, 10)$  สถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 น้อยกว่าสถิติทดสอบอื่น โดยมีค่าประมาณ 0.005-0.009 ขณะที่สถิติทดสอบอื่นสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีกว่า โดยเฉพาะสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเชล ที่มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ใกล้เคียงกับระดับนัยสำคัญ 0.05 มากที่สุด โดยมีค่าประมาณ 0.048-0.052

เมื่อตัวอย่างมีขนาดกลาง  $(m, n) = (20, 30), (30, 30)$  สถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 น้อยกว่าสถิติทดสอบอื่น โดยมีค่าประมาณ 0.005-0.008 ขณะที่สถิติทดสอบอื่นสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีใกล้เคียงกัน

และเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่  $(m, n) = (40, 50), (60, 60), (100, 100)$  พบว่า สถิติทดสอบทุกตัว มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ใกล้เคียงกับระดับนัยสำคัญมากขึ้น โดยเฉพาะเมื่อตัวอย่างมีขนาด  $(m, n) = (100, 100)$  สถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีที่สุด โดยมีค่าประมาณ 0.010-0.012

## 4.2 ผลการเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบ

ผลการเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ วิธีคลิฟฟ์ สถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล สถิติทดสอบเงิน-ลู สถิติทดสอบบูทสเตรปแรงก์เวลช์ และสถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องและการแจกแจงแกมมา ผลการศึกษามีรายละเอียดตามลำดับดังนี้

**ตารางที่ 4.5** ค่าอำนาจการทดสอบของแต่ละสถิติทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

| ขนาด<br>ตัวอย่าง<br>( $m, n$ ) | พารามิเตอร์ที่ใช้           | สถิติทดสอบ |       |       |       |       |       |
|--------------------------------|-----------------------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                |                             | WMW        | Cliff | BM    | BRW   | CL    | BCL   |
| (5,10)                         | $a1=-2, b1=6, a2=-5, b2=7$  | 0.454      | 0.432 | 0.686 | 0.360 | 0.322 | 0.277 |
|                                | $a1=1, b1=5, a2=0, b2=2$    | 0.844      | 0.823 | 0.848 | 0.724 | 0.702 | 0.601 |
|                                | $a1=-2, b1=10, a2=-1, b2=3$ | 0.209      | 0.230 | 0.370 | 0.131 | 0.122 | 0.108 |
| (10,10)                        | $a1=-2, b1=6, a2=-5, b2=7$  | 0.575      | 0.566 | 0.612 | 0.428 | 0.416 | 0.296 |
|                                | $a1=1, b1=5, a2=0, b2=2$    | 0.977      | 0.975 | 0.985 | 0.891 | 0.801 | 0.709 |
|                                | $a1=-2, b1=10, a2=-1, b2=3$ | 0.474      | 0.387 | 0.489 | 0.367 | 0.351 | 0.146 |
| (20,30)                        | $a1=-2, b1=6, a2=-5, b2=7$  | 0.184      | 0.130 | 0.202 | 0.134 | 0.125 | 0.039 |
|                                | $a1=1, b1=5, a2=0, b2=2$    | 0.866      | 0.866 | 0.888 | 0.854 | 0.648 | 0.528 |
|                                | $a1=-2, b1=10, a2=-1, b2=3$ | 0.999      | 0.990 | 1.000 | 0.984 | 0.866 | 0.648 |
| (30,30)                        | $a1=-2, b1=6, a2=-5, b2=7$  | 0.328      | 0.212 | 0.322 | 0.284 | 0.207 | 0.111 |
|                                | $a1=1, b1=5, a2=0, b2=2$    | 0.991      | 0.943 | 0.991 | 0.955 | 0.822 | 0.714 |
|                                | $a1=-2, b1=10, a2=-1, b2=3$ | 0.922      | 0.794 | 0.922 | 0.914 | 0.704 | 0.584 |
| (40,50)                        | $a1=-2, b1=6, a2=-5, b2=7$  | 0.298      | 0.292 | 0.292 | 0.322 | 0.218 | 0.159 |
|                                | $a1=1, b1=5, a2=0, b2=2$    | 0.993      | 0.990 | 0.990 | 1.000 | 0.880 | 0.746 |
|                                | $a1=-2, b1=10, a2=-1, b2=3$ | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.871 | 0.696 |

ตารางที่ 4.5 (ต่อ)

| ขนาด<br>ตัวอย่าง<br>( $m, n$ ) | พารามิเตอร์ที่ใช้           | สถิติทดสอบ |       |       |       |       |       |
|--------------------------------|-----------------------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                |                             | WMW        | Cliff | BM    | BRW   | CL    | BCL   |
| (60,60)                        | $a1=-2, b1=6, a2=-5, b2=7$  | 0.378      | 0.360 | 0.370 | 0.390 | 0.334 | 0.211 |
|                                | $a1=1, b1=5, a2=0, b2=2$    | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.834 | 0.810 |
|                                | $a1=-2, b1=10, a2=-1, b2=3$ | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.810 | 0.764 |
| (100,100)                      | $a1=-2, b1=6, a2=-5, b2=7$  | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.990 | 0.885 |
|                                | $a1=1, b1=5, a2=0, b2=2$    | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.999 | 0.990 |
|                                | $a1=-2, b1=10, a2=-1, b2=3$ | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.999 | 0.990 |

จากตารางที่ 4.5 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง สถิติทดสอบบทสเตรปเงิน-ลู มีค่าอำนาจการทดสอบต่ำกว่าสถิติทดสอบอื่น ในทุกขนาดตัวอย่างและทุกกรณีศึกษาโดยมีค่าประมาณ 0.108-0.990

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ( $m, n$ ) = (5,10), (10,10) สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล มีค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด โดยมีค่าประมาณ 0.370-0.985 รองลงมาคือสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ วิสคิลฟ์ และสถิติทดสอบบทสเตรปแรงค์เวลช์ ซึ่งมีค่าประมาณ 0.209-0.977, 0.230-0.975 และ 0.131-0.891 ตามลำดับ

เมื่อตัวอย่างมีขนาดกลาง ( $m, n$ ) = (20,30), (30,30) พบว่า สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล และสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ มีค่าอำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงกัน โดยมีค่าประมาณ 0.202-1.000 และ 0.184-0.999 ตามลำดับ

เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ( $m, n$ ) = (40,50), (60,60), (100,100) พบว่า สถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ วิสคิลฟ์ สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล และสถิติทดสอบบทสเตรปแรงค์เวลช์ มีค่าอำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงกัน โดยมีค่าประมาณ 0.298-1.000, 0.292-1.000, 0.292-1.000 และ 0.322-1.000 ตามลำดับ

โดยอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบทุกตัวสูงขึ้น เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้น แสดงให้เห็นว่า ขนาดตัวอย่างมีผลต่ออำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ โดยเฉพาะสถิติทดสอบบทสเตรปเงิน-ลู มีค่าอำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงกับสถิติทดสอบอื่น เมื่อขนาดตัวอย่าง ( $m, n$ ) = (100,100)

**ตารางที่ 4.6** ค่าอำนาจการทดสอบของแต่ละสถิติทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงแกมมา ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

| ขนาด<br>ตัวอย่าง<br>( $m, n$ ) | พารามิเตอร์ที่ใช้                                      | สถิติทดสอบ |       |       |       |       |       |
|--------------------------------|--------------------------------------------------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                |                                                        | WMW        | Cliff | BM    | BRW   | CL    | BCL   |
| (5,10)                         | $\alpha_1 = 2, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.316      | 0.282 | 0.426 | 0.246 | 0.208 | 0.132 |
|                                | $\alpha_1 = 3, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.428      | 0.424 | 0.530 | 0.416 | 0.404 | 0.202 |
|                                | $\alpha_1 = 4, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.572      | 0.554 | 0.742 | 0.498 | 0.481 | 0.464 |
| (10,10)                        | $\alpha_1 = 2, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.216      | 0.182 | 0.326 | 0.168 | 0.149 | 0.032 |
|                                | $\alpha_1 = 3, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.488      | 0.446 | 0.592 | 0.419 | 0.402 | 0.226 |
|                                | $\alpha_1 = 4, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.532      | 0.526 | 0.649 | 0.511 | 0.438 | 0.316 |
| (20,30)                        | $\alpha_1 = 2, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.427      | 0.410 | 0.473 | 0.409 | 0.403 | 0.293 |
|                                | $\alpha_1 = 3, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.807      | 0.801 | 0.840 | 0.786 | 0.761 | 0.556 |
|                                | $\alpha_1 = 4, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.875      | 0.865 | 0.902 | 0.847 | 0.836 | 0.629 |
| (30,30)                        | $\alpha_1 = 2, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.478      | 0.454 | 0.586 | 0.452 | 0.376 | 0.270 |
|                                | $\alpha_1 = 3, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.895      | 0.891 | 0.944 | 0.890 | 0.808 | 0.761 |
|                                | $\alpha_1 = 4, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.999      | 0.995 | 1.000 | 0.995 | 0.846 | 0.798 |
| (40,50)                        | $\alpha_1 = 2, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.576      | 0.554 | 0.564 | 0.594 | 0.490 | 0.402 |
|                                | $\alpha_1 = 3, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.975      | 0.955 | 0.973 | 0.977 | 0.790 | 0.611 |
|                                | $\alpha_1 = 4, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.999      | 0.999 | 0.999 | 0.999 | 0.769 | 0.640 |
| (60,60)                        | $\alpha_1 = 2, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.663      | 0.598 | 0.654 | 0.699 | 0.629 | 0.545 |
|                                | $\alpha_1 = 3, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.821 | 0.798 |
|                                | $\alpha_1 = 4, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.854 | 0.715 |
| (100,100)                      | $\alpha_1 = 2, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.891 | 0.843 |
|                                | $\alpha_1 = 3, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.999 | 0.990 |
|                                | $\alpha_1 = 4, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.995 |

จากตารางที่ 4.6 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงแกมมา สถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลูมีค่าอำนาจการทดสอบต่ำกว่าสถิติทดสอบอื่น ในทุกขนาดตัวอย่างและทุกกรณีศึกษา โดยมีค่าประมาณ 0.132-0.995

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก  $(m, n) = (5, 10), (10, 10)$  สถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล มีค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด โดยมีค่าประมาณ 0.326-0.742 รองลงมาคือสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีส์ วิชิลิฟฟ์ และสถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลซ์ ซึ่งมีค่าประมาณ 0.216-0.572, 0.182-0.554 และ 0.168-0.511 ตามลำดับ

เมื่อตัวอย่างมีขนาดกลาง  $(m, n) = (20, 30), (30, 30)$  พบว่า สถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล มีค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด โดยมีค่าประมาณ 0.473-1.000 รองลงมาคือสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีส์ ซึ่งมีค่าประมาณ 0.427-0.999 ส่วนวิชิลิฟฟ์ และสถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลซ์ มีค่าอำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน ซึ่งมีค่าประมาณ 0.410-0.995 และ 0.409-0.995

เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่  $(m, n) = (40, 50), (60, 60), (100, 100)$  พบว่า สถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีส์ วิชิลิฟฟ์ สถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล และสถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลซ์ มีค่าอำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงกัน โดยมีค่าประมาณ 0.576-1.000, 0.554-1.000, 0.564-1.000 และ 0.594-1.000 ตามลำดับ

โดยอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบทุกตัวสูงขึ้น เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้น แสดงให้เห็นว่า ขนาดตัวอย่างมีผลต่ออำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ โดยเฉพาะสถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู มีค่าอำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงกับสถิติทดสอบอื่น เมื่อขนาดตัวอย่าง  $(m, n) = (100, 100)$

**ตารางที่ 4.7** ค่าอำนาจการทดสอบของแต่ละสถิติทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

| ขนาด<br>ตัวอย่าง<br>$(m, n)$ | พารามิเตอร์ที่ใช้           | สถิติทดสอบ |       |       |       |       |       |
|------------------------------|-----------------------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                              |                             | WMW        | Cliff | BM    | BRW   | CL    | BCL   |
| (5, 10)                      | $a1=-2, b1=6, a2=-5, b2=7$  | 0.235      | 0.210 | 0.250 | 0.209 | 0.204 | 0.107 |
|                              | $a1=1, b1=5, a2=0, b2=2$    | 0.533      | 0.522 | 0.608 | 0.510 | 0.493 | 0.312 |
|                              | $a1=-2, b1=10, a2=-1, b2=3$ | 0.947      | 0.936 | 0.976 | 0.935 | 0.923 | 0.743 |

ตารางที่ 4.7 (ต่อ)

| ขนาด<br>ตัวอย่าง<br>( $m, n$ ) | พารามิเตอร์ที่ใช้           | สถิติทดสอบ |       |       |       |       |       |
|--------------------------------|-----------------------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                |                             | WMW        | Cliff | BM    | BRW   | CL    | BCL   |
| (10,10)                        | $a1=-2, b1=6, a2=-5, b2=7$  | 0.419      | 0.417 | 0.423 | 0.414 | 0.406 | 0.200 |
|                                | $a1=1, b1=5, a2=0, b2=2$    | 0.903      | 0.888 | 0.952 | 0.879 | 0.835 | 0.669 |
|                                | $a1=-2, b1=10, a2=-1, b2=3$ | 0.237      | 0.225 | 0.255 | 0.216 | 0.207 | 0.077 |
| (20,30)                        | $a1=-2, b1=6, a2=-5, b2=7$  | 0.252      | 0.234 | 0.309 | 0.234 | 0.158 | 0.107 |
|                                | $a1=1, b1=5, a2=0, b2=2$    | 0.981      | 0.899 | 1.000 | 0.895 | 0.755 | 0.684 |
|                                | $a1=-2, b1=10, a2=-1, b2=3$ | 0.658      | 0.502 | 0.534 | 0.501 | 0.456 | 0.325 |
| (30,30)                        | $a1=-2, b1=6, a2=-5, b2=7$  | 0.186      | 0.107 | 0.192 | 0.102 | 0.101 | 0.086 |
|                                | $a1=1, b1=5, a2=0, b2=2$    | 0.999      | 0.997 | 1.000 | 0.995 | 0.950 | 0.877 |
|                                | $a1=-2, b1=10, a2=-1, b2=3$ | 0.788      | 0.716 | 0.746 | 0.703 | 0.688 | 0.466 |
| (40,50)                        | $a1=-2, b1=6, a2=-5, b2=7$  | 0.622      | 0.607 | 0.616 | 0.622 | 0.600 | 0.551 |
|                                | $a1=1, b1=5, a2=0, b2=2$    | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.911 | 0.892 |
|                                | $a1=-2, b1=10, a2=-1, b2=3$ | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.908 | 0.718 |
| (60,60)                        | $a1=-2, b1=6, a2=-5, b2=7$  | 0.799      | 0.778 | 0.796 | 0.799 | 0.699 | 0.558 |
|                                | $a1=1, b1=5, a2=0, b2=2$    | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.864 | 0.636 |
|                                | $a1=-2, b1=10, a2=-1, b2=3$ | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.967 | 0.911 |
| (100,100)                      | $a1=-2, b1=6, a2=-5, b2=7$  | 0.991      | 0.991 | 0.991 | 0.991 | 0.855 | 0.812 |
|                                | $a1=1, b1=5, a2=0, b2=2$    | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.943 | 0.922 |
|                                | $a1=-2, b1=10, a2=-1, b2=3$ | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.995 | 0.990 |

จากตารางที่ 4.7 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง สถิติทดสอบบทสเตรปเงิน-ลู มีค่าอำนาจการทดสอบต่ำกว่าสถิติทดสอบอื่น ในทุกขนาดตัวอย่างและทุกกรณีศึกษา โดยมีค่าประมาณ 0.107-0.990

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ( $m, n$ ) = (5,10), (10,10) สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเชล มีค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด โดยมีค่าประมาณ 0.250-0.976 รองลงมาคือสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-

วิธินัย วิธีคลิฟฟ์ สถิติทดสอบนุทสเตรปแรงค์เวลช์ และสถิติทดสอบเงิน-ลู ซึ่งมีค่าประมาณ 0.235-0.947, 0.210-0.936, 0.209-0.935 และ 0.204-0.923 ตามลำดับ

เมื่อตัวอย่างมีขนาดกลาง  $(m, n) = (20, 30), (30, 30)$  พบว่าสถิติทดสอบบรูเนอร์-มุนเชล และสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิธินัย มีค่าอำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงกัน โดยมีค่าประมาณ 0.192-1.000 และ 0.186-0.999 ตามลำดับ

เมื่อตัวอย่างมีขนาด  $(m, n) = (40, 50), (60, 60), (100, 100)$  พบว่า สถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิธินัย สถิติทดสอบบรูเนอร์-มุนเชล วิธีคลิฟฟ์ และสถิติทดสอบนุทสเตรปแรงค์เวลช์ มีค่าอำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงกัน โดยมีค่าประมาณ 0.622-1.000, 0.607-1.000, 0.616-1.000 และ 0.622-1.000 ตามลำดับ

โดยอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบทุกตัวสูงขึ้น เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้น แสดงให้เห็นว่า ขนาดตัวอย่างมีผลต่ออำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ โดยเฉพาะสถิติทดสอบนุทสเตรปเงิน-ลู มีค่าอำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงกับสถิติทดสอบอื่น เมื่อขนาดตัวอย่าง  $(m, n) = (100, 100)$

**ตารางที่ 4.8** ค่าอำนาจการทดสอบของแต่ละสถิติทดสอบ เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงแกมมา ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

| ขนาด<br>ตัวอย่าง<br>$(m, n)$ | พารามิเตอร์ที่ใช้                                      | สถิติทดสอบ |       |       |       |       |       |
|------------------------------|--------------------------------------------------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                              |                                                        | WMW        | Cliff | BM    | BRW   | CL    | BCL   |
| (5,10)                       | $\alpha_1 = 2, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.183      | 0.156 | 0.266 | 0.148 | 0.146 | 0.047 |
|                              | $\alpha_1 = 3, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.476      | 0.466 | 0.486 | 0.456 | 0.407 | 0.290 |
|                              | $\alpha_1 = 4, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.220      | 0.208 | 0.412 | 0.206 | 0.204 | 0.104 |
| (10,10)                      | $\alpha_1 = 2, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.281      | 0.259 | 0.327 | 0.244 | 0.198 | 0.117 |
|                              | $\alpha_1 = 3, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.629      | 0.579 | 0.743 | 0.569 | 0.501 | 0.477 |
|                              | $\alpha_1 = 4, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.536      | 0.493 | 0.649 | 0.480 | 0.405 | 0.301 |
| (20,30)                      | $\alpha_1 = 2, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.394      | 0.386 | 0.446 | 0.358 | 0.318 | 0.206 |
|                              | $\alpha_1 = 3, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.984      | 0.984 | 0.990 | 0.979 | 0.782 | 0.678 |
|                              | $\alpha_1 = 4, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.994      | 0.994 | 0.996 | 0.994 | 0.866 | 0.774 |

ตารางที่ 4.8 (ต่อ)

| ขนาด<br>ตัวอย่าง<br>( $m, n$ ) | พารามิเตอร์ที่ใช้                                      | สถิติทดสอบ |       |       |       |       |       |
|--------------------------------|--------------------------------------------------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                |                                                        | WMW        | Cliff | BM    | BRW   | CL    | BCL   |
| (30,30)                        | $\alpha_1 = 2, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.408      | 0.411 | 0.523 | 0.407 | 0.402 | 0.342 |
|                                | $\alpha_1 = 3, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.982      | 0.982 | 0.998 | 0.977 | 0.909 | 0.872 |
|                                | $\alpha_1 = 4, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.991      | 0.991 | 1.000 | 0.991 | 0.914 | 0.886 |
| (40,50)                        | $\alpha_1 = 2, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.699      | 0.613 | 0.657 | 0.702 | 0.511 | 0.400 |
|                                | $\alpha_1 = 3, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.998      | 0.997 | 0.997 | 0.998 | 0.794 | 0.783 |
|                                | $\alpha_1 = 4, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.904 | 0.900 |
| (60,60)                        | $\alpha_1 = 2, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.731      | 0.695 | 0.722 | 0.758 | 0.581 | 0.450 |
|                                | $\alpha_1 = 3, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.999      | 0.999 | 0.999 | 0.999 | 0.851 | 0.835 |
|                                | $\alpha_1 = 4, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.946 | 0.755 |
| (100,100)                      | $\alpha_1 = 2, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 0.999      | 0.999 | 0.999 | 0.999 | 0.812 | 0.769 |
|                                | $\alpha_1 = 3, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.934 | 0.901 |
|                                | $\alpha_1 = 4, \beta_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta_2 = 1$ | 1.000      | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.993 | 0.991 |

จากตารางที่ 4.8 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงแกมมา สถิติทดสอบ  
 อนุทดสอบเนน-ลู มีค่าอำนาจการทดสอบต่ำกว่าสถิติทดสอบอื่น ในทุกขนาดตัวอย่างและทุก  
 กรณีศึกษา โดยมีค่าประมาณ 0.047-0.991

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ( $m, n$ ) = (5,10), (10,10) สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล มีค่าอำนาจ  
 การทดสอบสูงที่สุด โดยมีค่าประมาณ 0.266-0.743 รองลงมาคือสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-  
 วิทนีส์ วิธีคลิฟฟ์ สถิติทดสอบอนุทดสอบเนน-ลู และสถิติทดสอบเนน-ลู ซึ่งมีค่าประมาณ  
 0.183-0.629, 0.156-0.579, 0.148-0.569 และ 0.146-0.501 ตามลำดับ

เมื่อตัวอย่างมีขนาดกลาง ( $m, n$ ) = (20,30), (30,30) พบว่า สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล  
 มีค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด โดยมีค่าประมาณ 0.446-1.000 รองลงมาคือสถิติทดสอบวิลคอก  
 สัน-แมน-วิทนีส์ วิธีคลิฟฟ์ สถิติทดสอบอนุทดสอบเนน-ลู และสถิติทดสอบเนน-ลู ซึ่งมี  
 ค่าประมาณ 0.394-0.994, 0.386-0.994, 0.358-0.994 และ 0.318-0.909 ตามลำดับ

เมื่อตัวอย่างมีขนาด  $(m, n) = (40, 50), (60, 60), (100, 100)$  พบว่า สถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล วิชีกลิฟฟ์ และสถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์ มีค่าอำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงกัน โดยมีค่าประมาณ 0.699-1.000, 0.657-1.000, 0.613-1.000 และ 0.702-1.000 ตามลำดับ

โดยอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบทุกตัวสูงขึ้น เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้น แสดงให้เห็นว่า ขนาดตัวอย่างมีผลต่ออำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ โดยเฉพาะสถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู มีค่าอำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงกับสถิติทดสอบอื่น เมื่อขนาดตัวอย่าง  $(m, n) = (100, 100)$

## บทที่ 5

### สรุปผลและอภิปรายผลการดำเนินงานวิจัย

งานวิจัยนี้ศึกษากรณีที่ข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องและการแจกแจงแกมมา โดยพิจารณาเปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบที่พัฒนาขึ้นใหม่ นั่นคือ สถิติทดสอบบทสเตรปเงิน-ลู กับสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีส์ วิธีคลิฟฟ์ สถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล สถิติทดสอบเงิน-ลู และสถิติทดสอบบทสเตรปแรงค์เวลช์ ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ คือ 0.01 และ 0.05 ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้จากการสร้างแบบจำลอง ซึ่งกระทำซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์

กำหนดข้อความเพื่ออธิบายความหมายต่างๆ ดังนี้

ตัวอย่างขนาดเล็ก หมายถึง ตัวอย่างที่มีขนาด  $(m, n) = (5, 10)$  และ  $(10, 10)$

ตัวอย่างขนาดกลาง หมายถึง ตัวอย่างที่มีขนาด  $(m, n) = (20, 30)$  และ  $(30, 30)$

ตัวอย่างขนาดใหญ่ หมายถึง ตัวอย่างที่มีขนาด  $(m, n) = (40, 50), (60, 60)$

และ  $(100, 100)$

#### 5.1 สรุปผลการดำเนินงานวิจัย

งานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้เสนอสถิติทดสอบบทสเตรปเงิน-ลู ซึ่งพัฒนามาจากสถิติทดสอบเงิน-ลู และทำการศึกษาประสิทธิภาพของตัวสถิติด้วยการจำลอง โดยข้อมูลสุ่มมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องและการแจกแจงแกมมา ซึ่งให้ผลการศึกษาใกล้เคียงกัน แบ่งผลสรุปออกเป็น 2 ส่วน ดังนี้

##### 5.1.1 ความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

เมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก สถิติทดสอบบทสเตรปเงิน-ลู สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้น้อยกว่าสถิติทดสอบอื่น ขณะที่สถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล

สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีที่สุด

เมื่อตัวอย่างขนาดปานกลาง สถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีขึ้น โดยสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ใกล้เคียงกับวิธีคลิฟฟ์ สถิติทดสอบเงิน-ลู และสถิติทดสอบบูทสเตรปแรงค์เวลช์

และเมื่อตัวอย่างขนาดใหญ่ขึ้น สถิติทดสอบทุกตัว สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ใกล้เคียงกับระดับนัยสำคัญมากขึ้น โดยเฉพาะสถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู ที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีที่สุด เมื่อตัวอย่างมีขนาด  $(m, n) = (100, 100)$

### 5.1.2 อำนาจการทดสอบ

เมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก สถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู มีค่าอำนาจการทดสอบต่ำกว่าสถิติทดสอบอื่น ขณะที่สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล มีค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด

เมื่อตัวอย่างขนาดปานกลาง สถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู มีค่าอำนาจการทดสอบต่ำกว่าสถิติทดสอบอื่น ขณะที่สถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ และสถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล ให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงกัน และสูงกว่าสถิติทดสอบอื่น

และเมื่อตัวอย่างขนาดใหญ่ขึ้น สถิติทดสอบทุกตัว มีค่าอำนาจการทดสอบสูงขึ้น และมีค่าเข้าใกล้ 1 มากขึ้น ทุกระดับนัยสำคัญ โดยเฉพาะสถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-ลู ที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงกับสถิติทดสอบอื่น เมื่อขนาดตัวอย่าง  $(m, n) = (100, 100)$

## 5.2 อภิปรายผลการดำเนินงานวิจัย

เมื่อพิจารณาการเปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของสถิติทดสอบจากขนาดตัวอย่าง จะเห็นว่า ขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น สถิติทดสอบทุกตัว สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีขึ้น ซึ่งสถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล นั้นสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีที่สุด เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีของบรันเนอร์-มุนเซล (Brunner and Munzel, 2000) ที่ใช้ได้ดีเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก  $(m, n) \leq (10, 10)$  ส่วนสถิติทดสอบบูทสเตรปเงิน-

ลู สถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีส์ วิธีคลิฟฟ์ สถิติทดสอบเงิน-ลู และสถิติทดสอบบวทสเตรปแรงก์เวลซ์ สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีขึ้น เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่พอ

เมื่อพิจารณาการเปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของสถิติทดสอบจากการแจกแจงของข้อมูล จะเห็นว่า เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง และการแจกแจงแกมมา ให้ผลการศึกษาที่ใกล้เคียงกัน แสดงว่า การแจกแจงของข้อมูล ไม่ได้ส่งผลต่อความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของสถิติทดสอบ

เมื่อพิจารณาการเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบจากขนาดตัวอย่าง จะเห็นว่า ขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น สถิติทดสอบทุกตัวมีค่าอำนาจการทดสอบสูงขึ้นและมีค่าเข้าใกล้ 1 มากขึ้น ซึ่งสถิติทดสอบบวทสเตรปเงิน-ลู มีค่าอำนาจการทดสอบต่ำกว่าสถิติทดสอบอื่น เป็นผลมาจากสถิติทดสอบบวทสเตรปเงิน-ลู นั้น มีค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ในระดับที่ต่ำ ส่งผลให้ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 เพิ่มขึ้น จึงทำให้มีค่าอำนาจการทดสอบต่ำ

เมื่อพิจารณาการเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบจากการแจกแจงของข้อมูล จะเห็นว่า เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องและการแจกแจงแกมมา ให้ผลการศึกษาที่ใกล้เคียงกัน แสดงว่า การแจกแจงของประชากรไม่ได้ส่งผลต่ออำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ

### 5.3 ข้อเสนอแนะ

#### 5.3.1 ด้านการนำไปใช้

จากผลการวิจัยพบว่า ขนาดตัวอย่างมีผลต่อความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบของสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม กรณีความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน ดังนั้นจะพิจารณาสถิติทดสอบที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีที่สุด และมีอำนาจการทดสอบสูงที่สุด ในทุกขนาดตัวอย่าง ดังนั้นควรเลือก สถิติทดสอบบรันเนอร์-มุนเซล ในการทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม กรณีความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน เมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องและการแจกแจงแกมมา

### 5.3.2 ด้านการวิจัย

5.3.2.1 ในการวิจัยครั้งต่อไป ควรศึกษาสถิติทดสอบอื่นเพิ่มเติมที่ใช้สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม กรณีความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับสถิติทดสอบที่ผู้วิจัยได้นำเสนอ

5.3.2.2 ในการพิจารณาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ใช้เกณฑ์ของเบรคเลียเพียงเกณฑ์เดียว ในการวิจัยครั้งต่อไป ควรศึกษาเกณฑ์อื่นเพิ่มเติม

5.3.2.3 ควรศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ กรณีที่ขนาดตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มแตกต่างกันมากๆ

5.3.2.4 ควรศึกษาในกรณีที่ข้อมูลมาจากการแจกแจงอื่นที่มีความใกล้เคียงกัน เช่น การแจกแจงไวบูลล์ การแจกแจงลอการิธึม เป็นต้น

## บรรณานุกรม

- นพดล วันชนะชัย. 2553. การเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์ระหว่างประชากร 2 กลุ่ม เมื่อความแปรปรวนไม่เท่ากัน. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- ประชุม สุวัทธิ, พาชิตชนัด ศิริพานิช, จิราวัลย์ จิตรถเวช และสำรวม จงเจริญ. 2555. **ระเบียบวิธีสถิติ 1**. กรุงเทพมหานคร: สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์.
- มิ่งขวัญ เจริญประยูร. 2546. ความน่าจะเป็นและสถิติ. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี.
- มนตรี สังข์ทอง. 2547. การศึกษาเปรียบเทียบตัวทดสอบสถิติแบบพารามิเตอร์และแบบนอนพารามิเตอร์ในการทดสอบความแตกต่างระหว่างประชากรสองกลุ่ม. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- สำรวม จงเจริญ. 2548. การวิเคราะห์เชิงสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์. กรุงเทพมหานคร: สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์
- อดิศักดิ์ พงษ์พลผลศักดิ์. 2552. **ระเบียบวิธีวิจัย**. กรุงเทพมหานคร: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.
- Brunner, E. and Munzel, U. 2000. The Nonparametric Behrens-Fisher Problem: Asymptotic Theory and a Small Sample Approximation. **Biometrical Journal**. 42(January): 17-25.
- Chen, X. and Luo, X. 2004. Some Modifications on the Application of the Exact Wilcoxon-Mann-Whitney Test. **Computational Statistics & Simulation**. 33(15 February): 1007-1020.
- Cliff, N. 1996. **Ordinal Methods for Behavioral Data**. Mahway, NJ: Erlbaum.
- Efron, B. 1979. Bootstrapping Methods: Another Look at the Jackknife. **The Annals of Statistics**. 7(January): 1-26
- Hollander, M. and Wolfe, A.D. 1973. **Nonparametric Statistical Methods**. New York: Wiley.
- Neuhauser, M. 2009. A Nonparametric Two-Sample Comparison for Skewed Data with Unequal Variances. **Journal of Epidemiology**. 63(11 August): 691-693.

- Neuhauser, M.; Losch, C. and Jockel, K.H. 2006. The Chen-Luo test in Case of Heteroscedasticity. **Computational Statistics & Data analysis**. 51(12 May): 5055-5060.
- Reiczigel, J.; Zakarias, I. and Rozsa, L. 2005. A Bootstrap Test of Stochastic Equality of Two Populations. **The American Statistician**. 59(01 January): 156-161.
- Rheinheimer, D. C. and Penfield, D. A. 2001. The Effects of Type I Error Rate and Power of ANCOVA F Test and Selected Alternatives Under Nonnormality and Variance Heterogeneity. **Journal of Experimental Education**. 69(Apirl): 373-391.
- R Core Team. 2013. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing.
- Satterthwaite, F. E. 1946. An Approximate Distribution of Estimates of Variance Components. **Biometrics Bulletin**. 2(December): 110–114.
- Wilcox, R.R. 1990. Comparing the Means of Two Independent Groups. **Biometrical Journal**. 62(19 January): 771-780.
- Wilcox, R.R. 2012. **Modern Statistics for the Social and Behavioral Sciences: A Practical Introduction**. Boca Raton: Chapman & Hall.
- Wolfowitz, J. 1940. On a Test Whether Two Samples are From the Same Population. **The Annals of Mathematical Statistics**. 11(January): 147-162.

ภาคผนวก

## ภาคผนวก ก

### โปรแกรมที่ใช้ในการสร้างและวิเคราะห์ข้อมูล

งานวิจัยนี้ได้ใช้โปรแกรม R version 2.15.3 ในการจำลองและวิเคราะห์ข้อมูล โดยได้เขียนโปรแกรมเพื่อแสดงการสร้างและวิเคราะห์ข้อมูล ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ข้อมูลมาจากการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง ขนาดตัวอย่าง  $(m, n) = (5, 10)$  ดังนี้

```
##### 1. Wilcoxon- Mann- Whitney test#####
```

```
wmw.test<-function(x, y, alternative = c("two.sided", "less", "greater"))
```

```
{
```

```
  METHOD <- "Wilcoxon Mann Whitney test"
```

```
  alternative<-match.arg(alternative)
```

```
  DNAME=paste(deparse(substitute(x)),"and",deparse(substitute(y)))
```

```
  x<-na.omit(x)
```

```
  y<-na.omit(y)
```

```
  r <- rank(c(x, y))
```

```
  m <- length(x)
```

```
  n <- length(y)
```

```
  exact <- (m < 20) && (n < 20)
```

```

STATISTIC <- n*m+ (m*(m+1)/2)-sum(r[seq_along(x)])

names(STATISTIC) <- "W"

TIES <- (length(r) != length(unique(r)))

if (exact && !TIES) {

  PVAL <- switch(alternative, two.sided = {

    p <- if (STATISTIC > (m * n/2)) pwilcox(STATISTIC -

      1, m, n, lower.tail = FALSE) else pwilcox(STATISTIC,

        m, n)

    min(2 * p, 1)

  }, greater = {

    pwilcox(STATISTIC - 1, m, n, lower.tail = FALSE)

  }, less = pwilcox(STATISTIC, m, n))

}

else {

  NTIES <- table(r)

  z <- STATISTIC - m * n/2

  SIGMA <- sqrt((m * n/12)*(m+n+1))

  z<-z/SIGMA

  PVAL <- switch(alternative, less = pnorm(z), greater = pnorm(z,

```

```

        lower.tail = FALSE), two.sided = 2 * min(pnorm(z),
        pnorm(z, lower.tail = FALSE)))

    }

    RVAL <- list(statistic = STATISTIC, parameter = NULL, p.value = as.numeric(PVAL),
method = METHOD,

    data.name = DNAME)

    class(RVAL) <- "htest"

    return(RVAL)

}

##### 2. Cliff's method#####

cliff.method<-function(x,y,alpha)

{

    METHOD <- "Cliff method"

    DNAME=paste(deparse(substitute(x)),"and",deparse(substitute(y)))

    x<-na.omit(x)

    y<-na.omit(y)

    m<-length(x)

    n<-length(y)

    d<-matrix(0,m,n)

```

```

for(i in 1:m){

    for(j in 1:n){

        if(x[i]<y[j]){

            d[i,j]=-1

        }else if(x[i]>y[j]){

            d[i,j]=1

        } else if(x[i]==y[j]){

            d[i,j]=0

        }

    }

}

Di=rowMeans(d)

Dj=colMeans(d)

Ebs=mean(d)

SxSq=sum((Di-Ebs)^2)/(m-1)

SySq=sum((Dj-Ebs)^2)/(n-1)

SigmaSq=sum((d-Ebs)^2)/(m*n)

SigmaC=((m-1)* SxSq+(n-1)* SySq+ SigmaSq)/(m*n)

```

```

Sigma=sqrt(SigmaC)

z=qnorm(1-alpha/2)

CL=(Ebs-Ebs^3-z*Sigma*sqrt((1-Ebs^2)^2+(z^2)*(SigmaC)))/(1-
(Ebs^2)+(z^2)*(SigmaC))

CU=(Ebs-Ebs^3+z*Sigma*sqrt((1-Ebs^2)^2+(z^2)*(SigmaC)))/(1-
(Ebs^2)+(z^2)*(SigmaC))

names(CL)<-"Cl"

names(CU)<-"Cu"

RVAL <- list(statistic = c(CL,CU), parameter = NULL,data.name = DNAME,method =
METHOD)

class(RVAL) <- "htest"

return(RVAL)

}

##### 3. Brunner-Munzel test #####

brunner.munzel.test<-function(x,y,alternative=c("two.sided","greater","less"))

{

METHOD<-"Brunner munzel test"

alternative<-match.arg(alternative)

```

```

DNAME=paste(deparse(substitute(x)),"and",deparse(substitute(y)))

x<-na.omit(x)

y<-na.omit(y)

m<-length(x)

n<-length(y)

Wx<-rank(x)

Wy<-rank(y)

Rxy<-rank(c(x,y))

Rx<-Rxy[1:m]

Ry<-Rxy[m+1:n]

Rx_bar<-mean(Rx)

Ry_bar<-mean(Ry)

pst<-(Ry_bar-(n+1/2))/m

Vx<-sum((Rx-Wx-Rx_bar+(m+1)/2)^2)/(m-1)

Vy<-sum((Ry-Wy-Ry_bar+(n+1)/2)^2)/(n-1)

STATISTIC <-m*n*(Ry_bar-Rx_bar)/((m+n)*sqrt(m*Vx+n*Vy))

DfBM<-((m*Vx+n*Vy)^2)/(((m*Vx)^2)/(m-1)+((n*Vy)^2)/(n-1))

names(STATISTIC)="BM"

```

```

names(DfBM)="dfBM"

if((alternative=="greater")|(alternative=="g")){

    PVAL<-1-pt(abs(STATISTIC),DfBM)

} else if ((alternative=="less")|(alternative=="l")){

    PVAL<-pt(abs(STATISTIC),DfBM)

} else {

    alternative=="two.sided";

    PVAL<-2*min(pt(abs(STATISTIC),DfBM),(1-pt(abs(STATISTIC),DfBM)))

}

RVAL <- list(statistic = c(STATISTIC,DfBM),p.value = as.numeric(PVAL), parameter
= NULL,data.name = DNAME,method = METHOD)

class(RVAL) <- "htest"

return(RVAL)

}

#####4. Chen-Luo test #####

cl.test<-function(x,y,alternative=c("two.sided","greater","less"))

{

    METHOD<-"CL test"

    alternative<-match.arg(alternative)

```

```
DNAME=paste(deparse(substitute(x)),"and",deparse(substitute(y)))
```

```
x<-na.omit(x)
```

```
y<-na.omit(y)
```

```
m<-length(x)
```

```
n<-length(y)
```

```
I1<-matrix(0,m,n) #I(X<Y)
```

```
I2<-matrix(0,m,n) #(1/2)*I(X=Y)
```

```
for(i in 1:m){
```

```
  for(j in 1:n){
```

```
    if(y[j]>x[i]){
```

```
      I1[i,j]<-1
```

```
    }else{
```

```
      I1[i,j]<-0
```

```
    }
```

```
    if(y[j]==x[i]){
```

```
      I2[i,j]<-1
```

```
    }else{
```

```
      I2[i,j]<-0
```

```
    }
```

```

    }

}

I<-I1+(1/2)*I2

MW<-sum(I)

Var_MW<- sum((rowSums(I)-MW/m) ^2) +sum((colSums(I)-MW/n) ^2) +(m*n)

CL<-MW/sqrt(Var_MW)

names(CL )<-"CL"

if((alternative=="greater")|(alternative=="g")){

    PVAL<-1-pnorm(CL)

}else if ((alternative=="less")|(alternative=="l")){

    PVAL<-pnorm(CL)

}else {

    alternative=="two.sided";

    PVAL<-2*min(pnorm(CL),(1-pnorm(CL)))

}

RVAL <- list(statistic = c(CL),p.value = as.numeric(PVAL), parameter =
NULL,data.name = DNAME,method = METHOD)

class(RVAL) <- "htest"

```

```

return(RVAL)

}

#####5. Bootstrap Rank Welch test #####

bootstrap.rw.test<-function(x,y,bootstrap,alternative=c("two.sided", "greater", "less"))

{

  METHOD<-"Bootstrap Rw test"

  alternative<-match.arg(alternative)

  DNAME=paste(deparse(substitute(x)),"and",deparse(substitute(y)))

  x<-na.omit(x)

  y<-na.omit(y)

  RWtb<-array(0,bootstrap)

  DfRWtb<-array(0,bootstrap)

  for(j in 1:bootstrap)

  {

    x1<-sample(x,replace= TRUE)

    y1<-sample(y,replace= TRUE)

    m1<-length(x1)

    n1<-length(y1)

    Rxy<-rank(c(x1,y1))

```

```

Rx<-Rxy[1:m1]

Ry<-Rxy[m1+1:n1]

Rx_bar<-mean(Rx)

Ry_bar<-mean(Ry)

Vx<-var(Rx)

Vy<-var(Ry)


RWtb[j]<-( Ry_bar- Rx_bar)/sqrt((Vx/ m1)+ (Vy/ n1))

DfRWtb[j]<-(((n1*Vx)+(m1*Vy))^2)/((n1*Vx)^2/(m1-1)+ (m1*Vy)^2/(n1-1))

}

RW <-mean(RWtb)

DfRW<-mean(DfRWtb)

names(RW )="RW"

names(DfRW)="dfRW"

if((alternative=="greater")|(alternative=="g")){

  PVAL<-1-pt(abs(RW),DfRW)

}else if ((alternative=="less")|(alternative=="l")){

  PVAL<-pt(abs(RW),DfRW)

```

```

    }else {

        alternative=="two.sided";

        PVAL<-2*min(pt(abs(RW),DfRW),(1-pt(abs(RW),DfRW)))

    }

    RVAL <- list(statistic = c(RW,DfRW),p.value = as.numeric(PVAL), parameter =
NULL,data.name = DNAME,method = METHOD)

    class(RVAL) <- "htest"

    return(RVAL)

}

##### 6. Bootstrap Chen-Luo test #####

bootstrap.cl.test <-function(x,y,bootstrap,alternative=c("two.sided", "greater", "less"))

{

    METHOD<-"Bootstrap CL test"

    alternative<-match.arg(alternative)

    DNAME=paste(deparse(substitute(x)),"and",deparse(substitute(y)))

    x<-na.omit(x)

    y<-na.omit(y)

    BCLtb<-array(0,bootstrap)

```

```

for(k in 1:bootstrap)

{

  x2<-sample(x,replace= TRUE)

  y2<-sample(y,replace= TRUE)

  m2<-length(x2)

  n2<-length(y2)

  I1<-matrix(0,m2,n2) #I(X<Y)

  I2<-matrix(0,m2,n2) #(1/2)*I(X=Y)

  for(i in 1:m2){

    for(j in 1:n2){

      if(y2[j]>x2[i]){

        I1[i,j]<-1

      }else{

        I1[i,j]<-0

      }

      if(y2[j]==x2[i]){

        I2[i,j]<-1

      }else{

```

```

I2[i,j]<-0

    }

}

}

I<-I1+(1/2)*I2

MW<-sum(I)

Var_MW<- sum((rowSums(I)-MW/m2)^2) +sum((colSums(I)-MW/n2)^2)
+(m2*n2)

BCLtb[k]<-MW/sqrt(Var_MW)

}

BCL=mean(BCLtb)

names(BCL )<-"BCL"

if((alternative=="greater")|(alternative=="g")){

    PVAL<-1-pnorm(BCL)

} else if ((alternative=="less")|(alternative=="l")){

    PVAL<-pnorm(BCL)

} else {

    alternative=="two.sided";

```

```

PVAL<-2*min(pnorm(BCL),(1-pnorm(BCL)))

}

RVAL <- list(statistic = c(BCL),p.value = as.numeric(PVAL), parameter =
NULL,data.name = DNAME,method = METHOD)

class(RVAL) <- "htest"

return(RVAL)

}

##### Generate Data #####

R=1000

m=5

n=10

bootstrap =500

a1=0.5

b1=1.5

a2=-2

b2=4

alpha=0.05

WMW_RejectH0=array(0,R)

Cliff_RejectH0=array(0,R)

```

```

BM_RejectH0=array(0,R)

BRW_RejectH0=array(0,R)

CL_RejectH0=array(0,R)

BCL_RejectH0=array(0,R)

for(i in 1:R){

    if(i==1){

        cat("Start running...\n")

    }

    cat("-----Round.",i,"-----\n")

    x=runif(m, a1, b1)

    y=runif(n, a2, b2)

    cat("x:\n")

    print(x)

    cat("y:\n")

    print(y)

    ##### wmw.test#####

    wmw=wmw.test(x,y)

    print(wmw)

```

```

if(wmw$p.value<alpha){

    WMW_RejectH0[i]=1

    cat("Test Results: Reject H0\n")

}else{

    cat("Test Results: Accept H0\n")

}

#####cliff.method#####

cliff=cliff.method(x,y,alpha)

print(cliff)

if(cliff$statistic[1]<0&&cliff$statistic[2]>0){

    Cliff_RejectH0[i]=0

    cat("Test Results: Accept H0\n")

}else{

    Cliff_RejectH0[i]=1

    cat("Test Results: Reject H0\n")

}

```

```
#####brunner.munzel.test#####
```

```
bm=brunner.munzel.test(x,y)
```

```
print(bm)
```

```
#if(bm$statistic[1]<(-
```

```
qt(alpha/2,bm$statistic[2]))||bm$statistic[1]>qt(alpha/2,bm$statistic[2])){
```

```
if(bm$p.value<alpha){
```

```
    BM_RejectH0[i]=1
```

```
    cat("Test Results: Reject H0\n")
```

```
}else{
```

```
    cat("Test Results: Accept H0\n")
```

```
}
```

```
#####bootstrap.rw.test#####
```

```
brw=bootstrap.rw.test(x,y,bootstrap)
```

```
print(brw)
```

```
#if(brw$statistic[1]<(qt(alpha/2,brw$statistic[2]))||brw$statistic[1]>qt(alpha/2,brw$statist  
ic[2])){
```

```
if(brw$p.value<alpha){
```

```

BRW_RejectH0[i]=1

cat("Test Results: Reject H0\n")

}else{

cat("Test Results: Accept H0\n")

}

#####cl.test#####

cl=cl.test(x,y)

print(cl)

if(cl$p.value<alpha){

CL_RejectH0[i]=1

cat("Test Results: Reject H0\n")

}else{

cat("Test Results: Accept H0\n")

}

#####bootstrap.cl.test#####

bcl=bootstrap.cl.test(x,y,bootstrap)

print(bcl)

```

```

if(bcl$p.value<alpha){

    BCL_RejectH0[i]=1

    cat("Test Results: Reject H0\n")

}else{

    cat("Test Results: Accept H0\n")

}

if(i==R){

    cat("Result of wmw.test: ",sum(WMW_RejectH0)/R,"\n")

    cat("Result of cliff.method: ",sum(Cliff_RejectH0)/R,"\n")

    cat("Result of brunner.munzel.test: ",sum(BM_RejectH0)/R,"\n")

    cat("Result of bootstrap.rw.test: ",sum(BRW_RejectH0)/R,"\n")

    cat("Result of cl.test: ",sum(CL_RejectH0/R),"\n")

    cat("Result of bootstrap.cl.test: ",sum(BCL_RejectH0)/R,"\n")

    cat("Stop running...\n")

}

}

```

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อ ชื่อสกุล

นางสาวรวาวัลย์ นิลพัทธ์

ประวัติการศึกษา

วิทยาศาสตรบัณฑิต (สถิติประยุกต์)  
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี  
ปีที่สำเร็จการศึกษา พ.ศ. 2553

ผลงานทางวิชาการ

บทความเผยแพร่ในการประชุมวิชาการระดับ  
ชาติ ครั้งที่ 5 ประจำปี 2556 จัดโดยบัณฑิต  
วิทยาลัย มหาวิทยาลัยรามคำแหง วันที่ 29  
สิงหาคม 2556 เรื่อง “สถิติแบบไม่ใช่พารา  
มิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของ  
ตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม กรณีความ  
แปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน”

รางวัลหรือทุนการศึกษา

ทุนส่งเสริมการศึกษา ประเภทที่ 1  
(Full Scholarship) คณะสถิติประยุกต์  
สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์

รางวัลผู้สอบได้คะแนนยอดเยี่ยม หลักสูตร  
วิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์  
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี  
จากมูลนิธิศาสตราจารย์ ดร.แถบ นีละนิธิ

รางวัลได้คะแนนเรียนดีเป็นเยี่ยมในชั้นปีที่ 4  
คณะวิทยาศาสตร์ สาขาสถิติประยุกต์  
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี